

تأثير ميل القناة على خصائص الجريان للمسقط المائي العمودي والمنحرف

احمد يونس محمد

مدرس مساعد - جامعة الموصل/كلية الهندسة/قسم الموارد المائية

الخلاصة

يقدم هذا البحث دراسة عملية وتحليل لتأثير ميل القناة على المسقط المائي فضلا عن مقارنة بين المسقط العمودي والمنحرف في قناة مستطيلة مختلفة الميول. تم إيجاد علاقات بين عمق الماء الحرج وعمق الماء فوق حافة المسقط المائي العمودي والمنحرف ولجميع الميول, ووجد بأنها تتغير تبعا لتغير ميل القناة. وجد التصريف الحقيقي للنموذجين ولجميع الحالات وقورن بالتصريف المحسوب من المعادلات النظرية, ومن النتائج تم التوصل إلى أن التصريف المار عبر المسقط المنحرف أعلى من العمودي بنسبة (21%) وكانت نسبة الخطأ لقيم التصريف المحسوبة مقارنة بالمقاسة لا تتجاوز (15% و 12%) للمسقط المنحرف والعمودي على التوالي, وان قيم معامل التصريف (C_d) للمسقط العمودي كانت أعلى بنسبة (25%) مقارنة بالمنحرف, كما تم التوصل إلى علاقات بين ميل القناة ونسبة عمق الماء فوق حافة المسقط إلى عمق الماء الحرج (h_c/h_c) للمسقط العمودي والمنحرف. الكلمات الدالة : المسقط المائي, الهدار, العمق الحرج, العمق عند حافة المسقط, ميل القناة

Effecting of Channel Slope on Flow Characteristics for Straight Vertical and Skew Free overfall

Ahmed Y.Mohammed

Asst. Lect.- Univ. of Mosul, Coll. of Eng., Dept. of Water Resources, Eng.

Abstract

This paper presents an experimental study and analysis for effect of channel slope on straight vertical and skew free overfall for a rectangular channel with different slopes. The relationship between the critical depth and brink depth for both vertical and skew free overfall are found and shown to be influenced by channel slope. The measured discharge from standard weir was compared with calculated discharge from theoretical equation and found that the discharge over skewed model is greater by (21%) from straight vertical, and the error percentage for calculated and measured discharge not exceed (15% and 12%) for skewed and vertical models respectively for all slopes. The discharge coefficient for vertical model is greater by (25%) than skew, relationships between end and critical depths (h_c/h_c) with channel slope for straight vertical and skew free overfall were calculated.

قائمة الرموز:

الرمز	الوحدة	المعنى
h_e	L	عمق الماء عند حافة المسقط
h_c	L	عمق الماء الحرج
S_o	-	الميل الطولي للقناة
H_w	L	عمق الماء فوق الهدار القياسي
q	$L^3/T.L$	التصريف لوحدة العرض
Q_m	L^3/T	التصريف المقاس
Q_{cal}	L^3/T	التصريف المحسوب
F_o	-	رقم فروود
C_d	-	معامل التصريف
h_o	L	عمق الماء المنتظم فوق المسقط العمودي والمنحرف
$h_{c\text{center}}$	L	عمق الماء عند مركز القناة فوق حافة المسقط المنحرف
g	L/T^2	التعجيل الأرضي
b	L	عرض القناة المختبرية

المقدمة:

المسقط المائي هو عبارة عن هدار ذو حافة عريضة (Broad crested weir) يحدث فيه تغيير مفاجئ في الارتفاع مسببا سقوط حر للماء وهو يستخدم كجهاز لقياس التصريف في القنوات المفتوحة. أجريت العديد من البحوث المختبرية والنظرية لدراسة المسقط المائي فقد درس كل من باور و كراف (Bauer and Graf) (1971) المسقط المائي بميل قليل وثلاثة أنواع من التخشين وتوصلا الى قيمة ثابتة لنسبة عمق الماء فوق حافة المسقط المائي إلى عمق الماء الحرج (h_o/h_c) وهي بحدود (0.78) وتوصلا إلى معادلة لحساب التصريف بنسبة خطأ لا تتجاوز (5%).

أما راجارتنام وآخرون (Rajaratnam et. al.) (1976) وديفس وآخرون (Davis et. al.) (1998) فقد درسا تأثير الميل والخشونة على عمق الماء فوق الحافة حيث وجدوا أن نسبة (h_o/h_c) تتأثر بالميل والخشونة وان تأثير خشونة يزداد كلما زاد الميل.

مارجي (Marchi) (1993) وفيررو (Ferro) (1999) درسا المسقط المائي نظريا في قناة مستطيلة باستخدام علاقة (التصريف-عمق الماء فوق الحافة) بينما قدم موهاباترا وآخرون (Mohapatra et. al.) (2001) دراسة نظرية باستخدام المحاكاة العددية لإيجاد عمق الماء الحرج ومخطط سطح الماء و التصريف. ركز هذا البحث على تأثير ميل القناة على علاقة عمق الماء فوق الحافة للمسقط المائي العمودي والمنحرف مع عمق الماء الحرج (h_o/h_c). كما تم إيجاد علاقة نظرية لإيجاد التصريف المار فوق المسقط المائي لكل حالة من حالات الميل ومقارنتها بالتصريف الحقيقي المار بالقناة. فضلا عن إيجاد علاقات نظرية لكل من حالات الميل مع نسبة (h_o/h_c) للمسقط العمودي والمنحرف.

العمل المختبري:

أجري العمل المختبري في مختبر الهيدروليك لكلية الهندسة جامعة الموصل في قناة زجاجية بأبعاد (30) سم عرض و (45) سم ارتفاع و (10) م طول، ذات جدران من الزجاج وقعر من الألمنيوم، شكل (1). تم قياس التصريف المار بالقناة (Q_m) بواسطة هدار مستطيل حاد الحافة بعرض القناة وارتفاعه (15) سم مثبت في نهاية القناة ويرفع بعد كل عملية قياس للتصريف لضمان عدم تكون ماء ذيلي مؤخر النماذج. وان معادلة التصريف لهذا الهدار هي (الطائي، 2002).

$$Q_m = 0.64 * H_w^{3/2} \dots\dots\dots(1)$$

حيث ان (Q_m) التصريف المقاس (l/s) و (H_w) عمق الماء فوق الهدار القياسي (cm)

تم عمل نموذج المسقط والذي هو عبارة عن هدار عريض الحافة بطول (2) م وعرض (30) سم وأجريت كافة القياسات مؤخر هذا الهدار حيث أخذت حافة شاقولية ومنحرفة بزاوية (30) درجة عن جدار القناة، الأشكال (2) و(3).

محمد : تأثير ميل القناة على خصائص الجريان للمسقط المائي العمودي والمنحرف

استخدمت ثلاث ميول للقناة حيث تم تغيير الميل الطولي للقناة من الأفقي إلى الميول (100/1) و (200/1) كما تم استخدام ثمانية تصاريح لكل حالة تغيرت من (2.68 l/s) إلى (17.859 l/s). المتغيرات المقاسة لكل تجربة هي عمق الماء المنتظم وعمق الماء فوق حافة المسقط وعمق الماء مقدم الهدار القياسي على التوالي (H_w, h_e, h_o) ومخطط سطح الماء، بينما باقي المتغيرات حسبت كما يلي: التصريف لوحدة العرض (q) حسب من المعادلة:

$$q=Q_m/b \dots\dots\dots(2)$$

حيث ان (b) عرض القناة وهي تساوي (30 cm) أما رقم فرود (F_o) فحسب من المعادلة:

$$F_o=q/h_o \sqrt{gh_o} \dots\dots\dots(3)$$

حيث ان (g) هو التعجيل الارضي (m/s^2) في حين وجد العمق الحرج (h_c) من المعادلة:

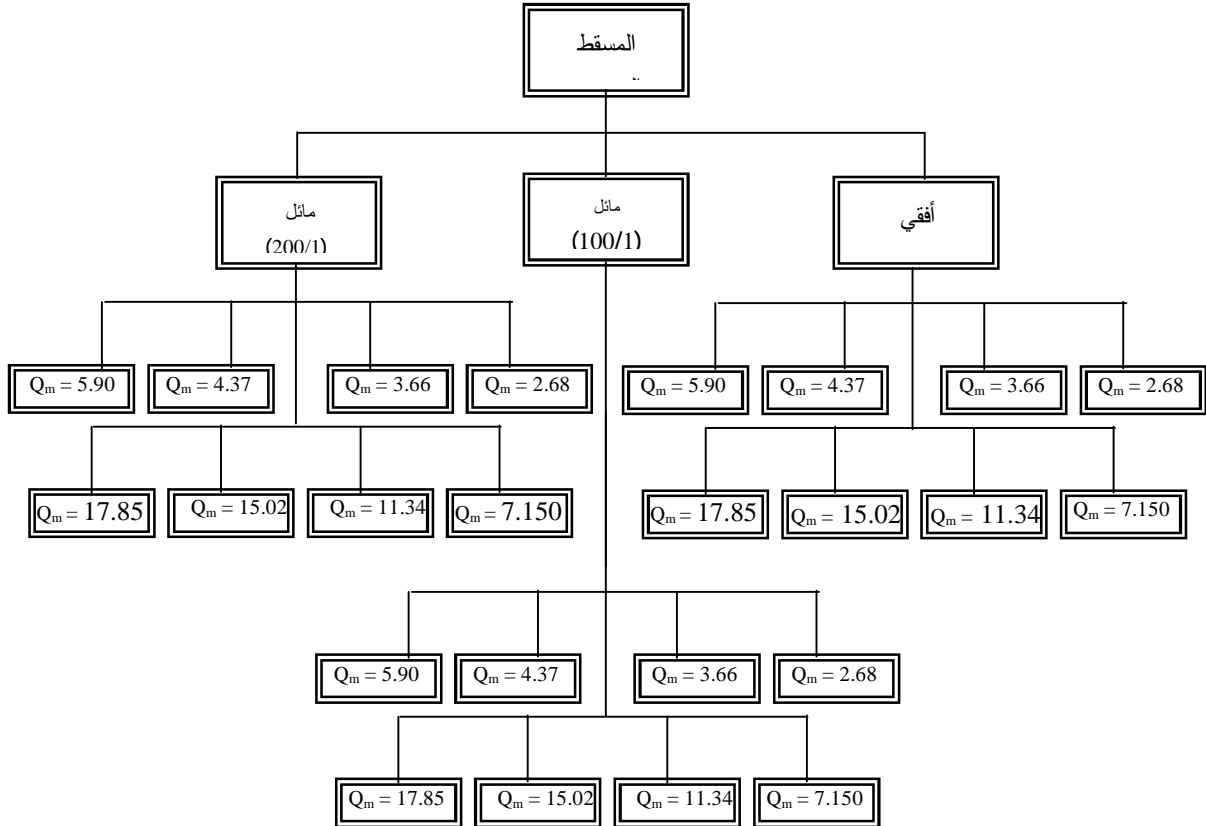
$$h_c=\sqrt[3]{q^2/g} \dots\dots\dots(4)$$

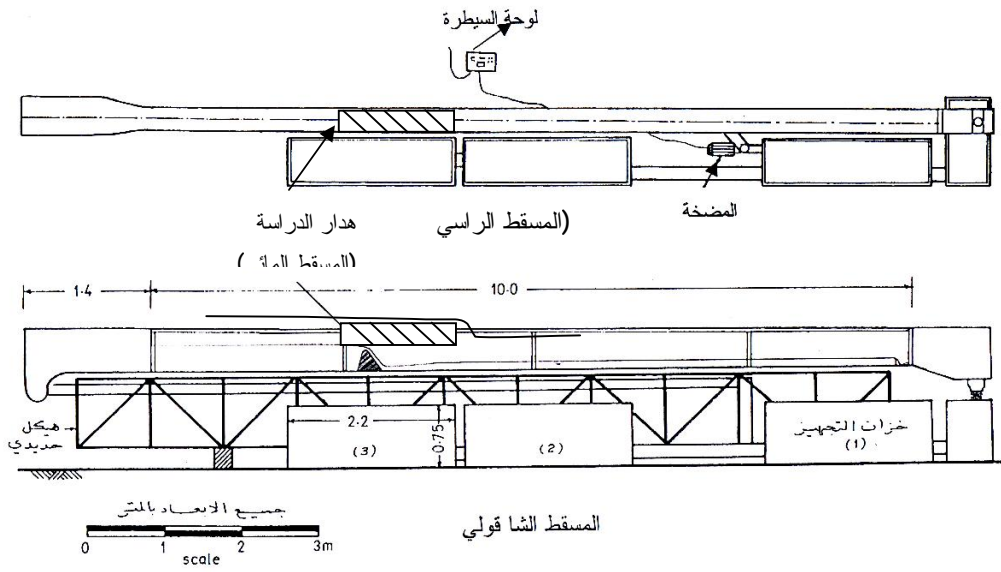
والتصريف المحسوب فوجد من المعادلة

$$Q_{cal}=b \sqrt{gh_c^3} \dots\dots\dots(5)$$

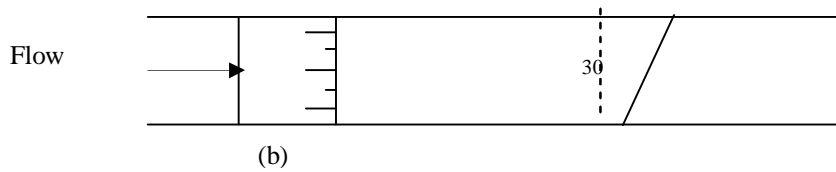
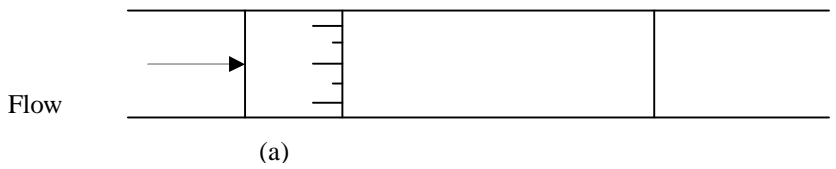
حيث ان (Q_{cal}) هو التصريف المحسوب (l/s) و (h_c) هو عمق الماء فوق حافة المسقط العمودي والمنحرف (cm)

مخطط العمل المختبري



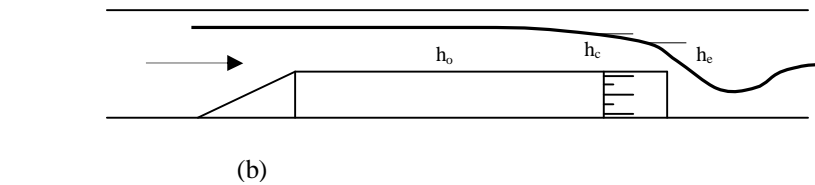
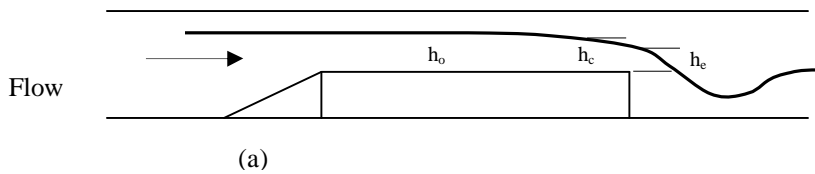


الشكل (1) القناة المخبرية



الشكل (2) منظر علوي لهدار الدراسة
(a) المسقط العمودي (b) المسقط المنحرف

Flow



الشكل (3) منظر جانبي لهدار الدراسة
(a) المسقط العمودي (b) المسقط المنحرف

الحسابات والنتائج:

تم استخدام (48) تصريف بواقع ثمانية تصاريح لكل نموذج ومن خلال هذه التجارب تمت قراءة البيانات لكل من عمق الماء فوق الهدار القياسي مؤخر القناة (H_w) لحساب التصريف (Q_m) من المعادلة (1) وعمق الماء الطبيعي فوق هدار الدراسة (المسقط العمودي والمنحرف) (h_o) وعمق الماء مؤخره عند الحافة (h_e), بينما تم حساب عمق الماء الحرج (h_c) من المعادلة (4) ورقم فرود (F_o) من المعادلة (3) والتصريف (Q_{cal}) من المعادلة (5) ومعامل التصريف (C_d) من المعادلة:

$$C_d = Q_m / Q_{cal} \dots\dots\dots(6)$$

وجميع هذه البيانات موضحة بالجدول (1-6).

الجدول (1) البيانات المختبرية والمحسوبة للمسقط العمودي الأفقي

H_w (cm)	Q_m (l/s)	q ($m^3/s.m$)	h_o (cm)	h_c (cm)	h_e (cm)	F_o	h_e/h_c	Q_{cal} (l/s)	C_d	Sur. Or diff. of (Q_{cal})
9.2	17.859	0.060	8.2	7.122	5	0.809	0.702	18.682	0.956	1.103
8.2	15.028	0.050	8	6.348	4.5	0.707	0.709	15.951	0.942	1.165
6.8	11.349	0.038	6.8	5.264	3.7	0.681	0.703	11.893	0.954	1.189
5	7.155	0.024	5.2	3.871	2.6	0.642	0.672	7.005	1.021	1.182
4.4	5.907	0.020	4.3	3.406	2.4	0.705	0.705	6.212	0.951	0.983
3.6	4.372	0.015	4	2.787	1.9	0.582	0.682	4.376	0.999	1.094
3.2	3.664	0.012	3.8	2.477	1.7	0.526	0.686	3.703	0.989	0.966
2.6	2.683	0.009	3.5	2.013	1.4	0.436	0.696	2.768	0.969	1.156

الجدول (2) البيانات المختبرية والمحسوبة للمسقط العمودي المائل بنسبة (100/1)

H_w (cm)	Q_m (l/s)	q ($m^3/s.m$)	h_o (cm)	h_c (cm)	h_e (cm)	F_o	h_e/h_c	Q_{cal} (l/s)	C_d	Sur. Or diff. of (Q_{cal})
9.2	17.859	0.060	7.5	7.122	4.4	0.925	0.617	15.422	1.158	1.162
8.2	15.028	0.050	7.2	6.347	4	0.827	0.630	13.36	1.124	1.197
6.8	11.348	0.038	4.8	5.264	3.3	1.148	0.626	10.017	1.133	1.120
5	7.155	0.024	4	3.870	2.5	0.951	0.645	6.605	1.083	1.067
4.4	5.906	0.020	3.5	3.406	2	0.960	0.587	4.726	1.249	1.013
3.6	4.371	0.015	3.2	2.786	1.8	0.812	0.645	4.035	1.083	0.983
3.2	3.663	0.012	3	2.477	1.5	0.750	0.605	3.069	1.193	0.925
2.6	2.683	0.009	2.5	2.012	1	0.722	0.496	1.671	1.605	1.103

الجدول (3) البيانات المختبرية والمحسوبة للمسقط العمودي المائل بنسبة (200/1)

H_w (cm)	Q_m (l/s)	q ($m^3/s.m$)	h_o (cm)	h_c (cm)	h_e (cm)	F_o	h_e/h_c	Q_{cal} (l/s)	C_d	Sur. Or diff. of (Q_{cal})
9.2	17.859	0.060	8	7.122	4.6	0.839	0.645	16.485	1.083	1.167
8.2	15.028	0.050	7.5	6.347	4.3	0.778	0.677	14.899	1.008	1.159
6.8	11.348	0.038	5.2	5.264	3.5	1.018	0.664	10.941	1.037	1.129
5	7.155	0.024	4.4	3.871	2.5	0.825	0.645	6.605	1.083	1.216
4.4	5.906	0.020	3.5	3.406	2.3	0.960	0.675	5.828	1.013	0.970
3.6	4.371	0.015	3.3	2.786	1.8	0.776	0.645	4.035	1.083	1.134
3.2	3.663	0.012	3	2.477	1.5	0.750	0.605	3.069	1.193	1.043
2.6	2.683	0.009	2.6	2.012	1.3	0.681	0.645	2.476	1.083	1.146

الجدول (4) البيانات المختبرية والمحسوبة للمسقط المنحرف الأفقي

H _w (cm)	Q _m (l/s)	q (m ³ /s.m)	h _o (cm)	h _c (cm)	h _e (cm) center	F _o	h _e /h _c	Q _{cal} (l/s)	C _d
9.2	17.859	0.060	7.2	7.122	4.4	0.983	0.631	19.930	0.866
8.2	15.028	0.050	7	6.347	4.2	0.863	0.661	18.587	0.808
6.8	11.349	0.038	6.8	5.264	3.4	0.681	0.664	13.538	0.802
5.2	7.589	0.025	4.6	4.025	2.45	0.818	0.608	8.281	0.916
4.4	5.906	0.020	3.7	3.406	2	0.883	0.587	6.107	0.967
3.7	4.554	0.015	3.3	2.864	1.7	0.808	0.593	4.786	0.951
3.2	3.663	0.012	2.9	2.477	1.4	0.789	0.565	3.577	1.024
2.7	2.839	0.009	2.5	2.090	1.3	0.764	0.622	3.200	0.887

الجدول (5) البيانات المختبرية والمحسوبة للمسقط المنحرف المائل بنسبة (100/1)

H _w (cm)	Q _m (l/s)	q (m ³ /s.m)	h _o (cm)	h _c (cm)	h _e (cm) center	F _o	h _e /h _c	Q _{cal} (l/s)	C _d
9.2	17.859	0.060	6.8	7.122	4.1	1.071	0.575	17.927	0.996
8.2	15.028	0.050	6.4	6.347	3.8	0.987	0.598	15.996	0.939
6.8	11.349	0.038	4.1	5.264	3	1.454	0.569	11.221	1.011
5.2	7.589	0.025	3.6	4.025	2.2	1.182	0.546	7.046	1.077
4.3	5.706	0.020	2.7	3.328	1.7	1.368	0.510	4.786	1.192
3.7	4.554	0.015	2.2	2.864	1.5	1.485	0.523	3.967	1.148
3.3	3.836	0.012	2	2.554	1.2	1.443	0.469	2.838	1.351
2.7	2.839	0.009	1.6	2.090	0.9	1.493	0.430	1.843	1.540

الجدول (6) البيانات المختبرية والمحسوبة للمسقط المنحرف المائل بنسبة (200/1)

H _w (cm)	Q _m (l/s)	q (m ³ /s.m)	h _o (cm)	h _c (cm)	h _e (cm) center	F _o	h _e /h _c	Q _{cal} (l/s)	C _d
9.2	17.859	0.060	7	7.122	4.3	1.026	0.603	19.255	0.927
8.2	15.028	0.050	6.5	6.347	4	0.965	0.630	17.275	0.869
6.8	11.349	0.038	5	5.264	3.2	1.080	0.607	12.361	0.918
5.2	7.589	0.025	4.2	4.025	2.4	0.938	0.596	8.028	0.945
4.4	5.9069	0.020	3.4	3.406	1.9	1.002	0.557	5.655	1.044
3.7	4.5549	0.015	2.8	2.864	1.65	1.034	0.576	4.576	0.995
3.2	3.6636	0.012	2.5	2.477	1.3	0.986	0.524	3.200	1.144
2.7	2.8394	0.009	2	2.090	1.2	1.068	0.574	2.838	1.003

رسمت علاقة بين عمق الماء الحرج (h_c) وعمق الماء عند حافة المسقط (h_e) كما موضحة في الأشكال (4 و5)

حيث وجدت العلاقات التالية لكل حالة من حالات المسقط العمودي والمنحرف:

المعادلات (7,8,9) توضح العلاقات بين (h_e و h_c) للمسقط العمودي الأفقي والمائل بنسبة (200/1) و (100/1)

على التوالي:

$$h_e = 0.676 h_c^{1.019} \dots\dots\dots(7)$$

$$h_e = 0.617 h_c^{1.038} \dots\dots\dots(8)$$

محمد : تأثير ميل القناة على خصائص الجريان للمسقط المائي العمودي والمنحرف

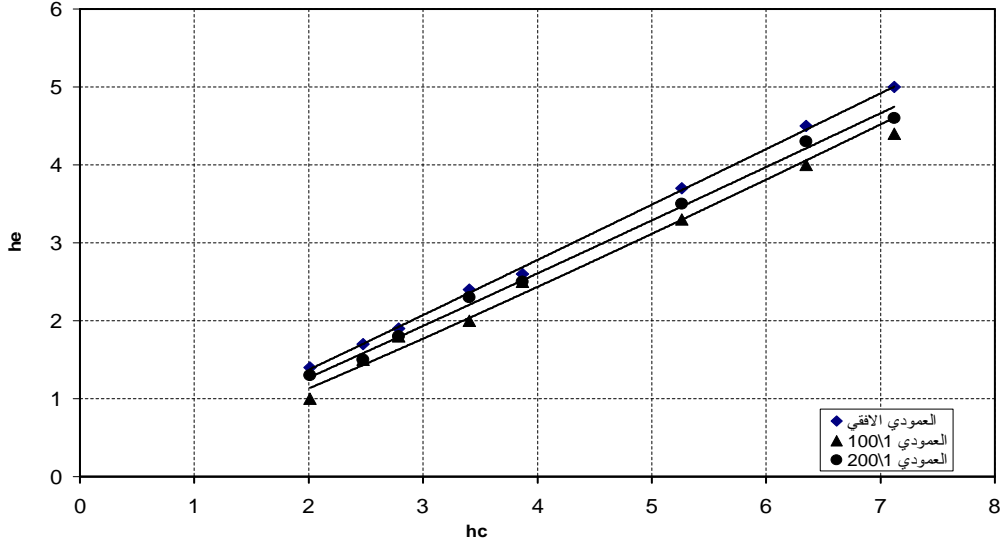
$$h_e = 0.525 h_c^{1.106} \dots\dots\dots(9)$$

بينما المعادلات (12,11,10) توضح العلاقات بين (h_e و h_c) للمسقط المنحرف الأفقي والمائل بنسبة (200/1) و (100/1) على التوالي:

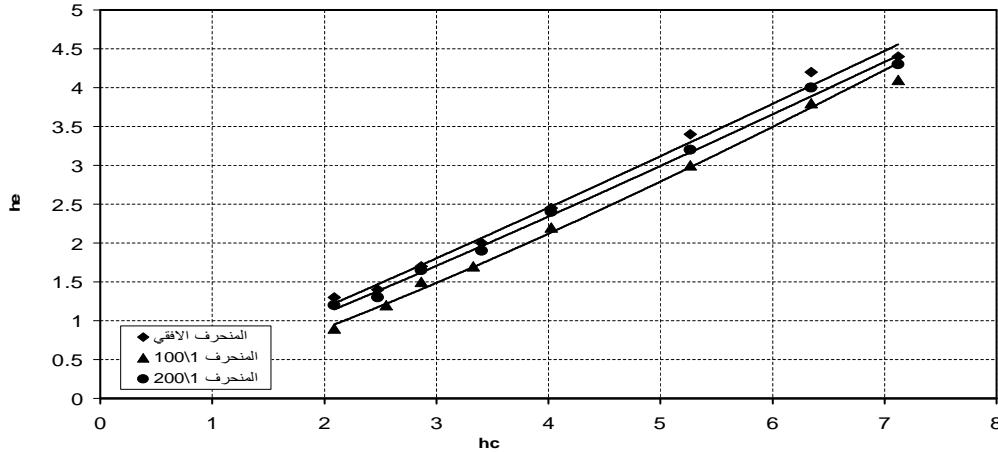
$$h_e = 0.546 h_c^{1.088} \dots\dots\dots(10)$$

$$h_e = 0.509 h_c^{1.1} \dots\dots\dots(11)$$

$$h_e = 0.383 h_c^{1.233} \dots\dots\dots(12)$$



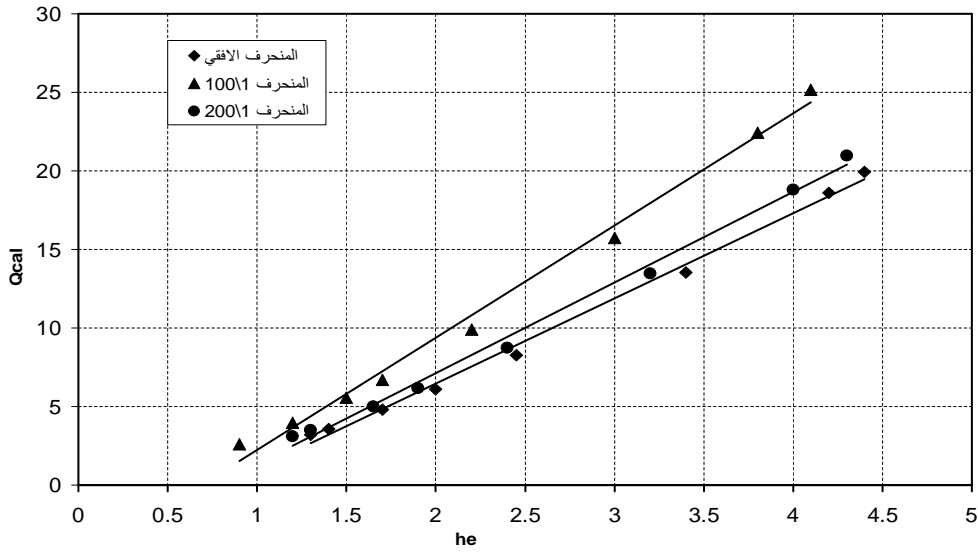
الشكل (4) علاقة عمق الماء الحرج (h_c) وعمق الماء عند حافة المسقط العمودي (h_e)



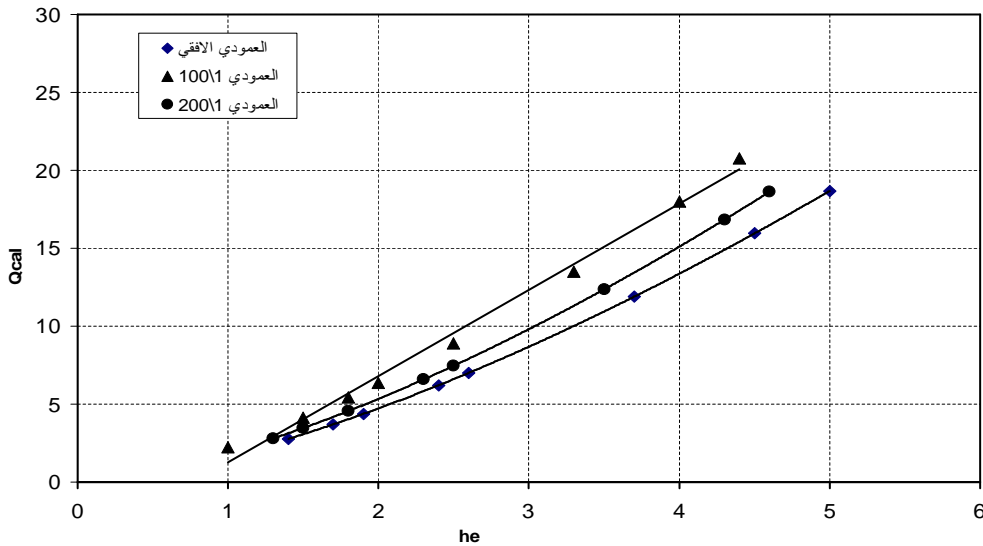
الشكل (5):علاقة عمق الماء عند حافة المسقط (h_e) والتصريف المحسوب (Q_{cal}) للمسقط المنحرف

الأشكال (6 و7) يمثلان علاقة عمق الماء فوق حافة المسقط (h_c) والتصريف المحسوب (Q_{cal}) للمسقط المنحرف والعمودي على التوالي.

من هذين الشكلين يلاحظ زيادة مقدار التصريف للنموذجين العمودي والمنحرف لنفس قيم (h_e) مع زيادة ميل القناة وان أعلى قيم للتصريف كانت عند ميل القناة (100/1)، بينما يلاحظ زيادة قيم التصريف في المسقط المنحرف بنسبة تصل الى (21%) تقريبا مقارنة بالمسقط العمودي عندما يكون ميل القناة (200/1).



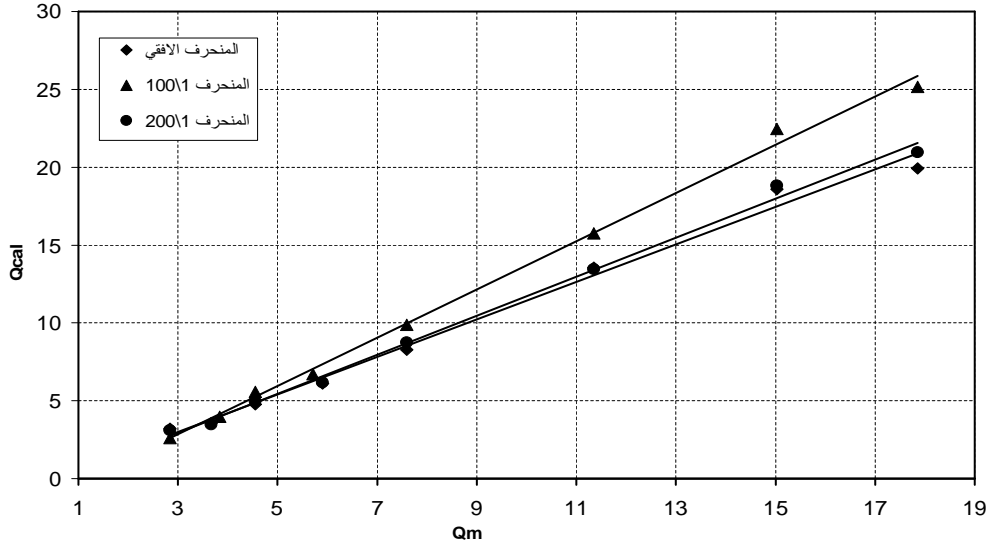
الشكل (6) علاقة عمق الماء عند حافة المسقط (h_e) والتصريف المحسوب (Q_{cal}) للمسقط المنحرف



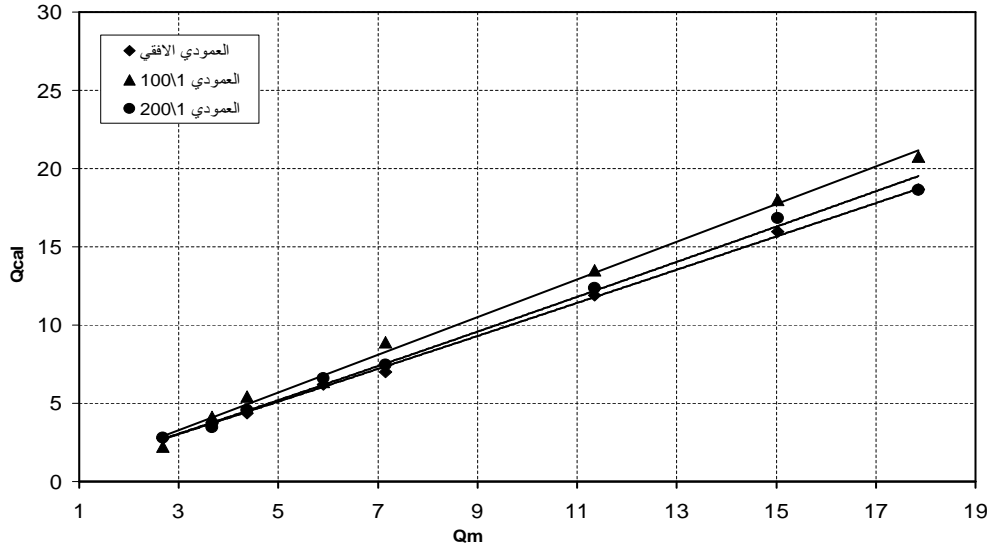
الشكل (7) علاقة عمق الماء عند حافة المسقط (h_e) والتصريف المحسوب (Q_{cal}) للمسقط العمودي

الشكل (8) يمثل مقارنة قيم التصريف الحقيقي المقاس (Q_m) والمحسوب (Q_{cal}) للمسقط المنحرف، حيث يلاحظ أن نسبة الخطأ لا تتجاوز (15%) بين التصريف المقاس والمحسوب من جهة وتقاربها للمسقط الأفقي والمائل (200/1) من جهة أخرى. أما للمسقط المنحرف بميل (100/1) فيلاحظ تباعد قيم التصريف المحسوبة عن المقاسة بشكل أكبر عن المسقط الأفقي والمائل (200/1) لتزداد نسبة الخطأ إلى (26%)

الشكل (9) يمثل مقارنة قيم التصريف الحقيقي (Q_m) والمحسوب (Q_{cal}) للمسقط العمودي، حيث يلاحظ تقارب قيم التصريف المقاس والمحسوب لجميع الحالات للمسقط العمودي الأفقي والمائل (200/1) و (100/1) على التوالي بنسبة خطأ لا تتجاوز (12%).



الشكل (8): علاقة التصريف الحقيقي (المقاس) (Q_m) والمحسوب (Q_{cal}) للمسقط المنحرف



الشكل (9): علاقة التصريف الحقيقي (المقاس) (Q_m) والمحسوب (Q_{cal}) للمسقط العمودي

تم التوصل إلى المعادلات (13,14) والتي تم إيجادها رياضياً باعتماد التحليل النظري باستخدام برنامج التحليل الإحصائي (Spss v.10), وهاتان المعادلتان توضحان العلاقة بين ميل القناة (S_o) ونسبة (h_o/h_c) للمسقط العمودي والمنحرف على التوالي ولجميع حالات الميل:

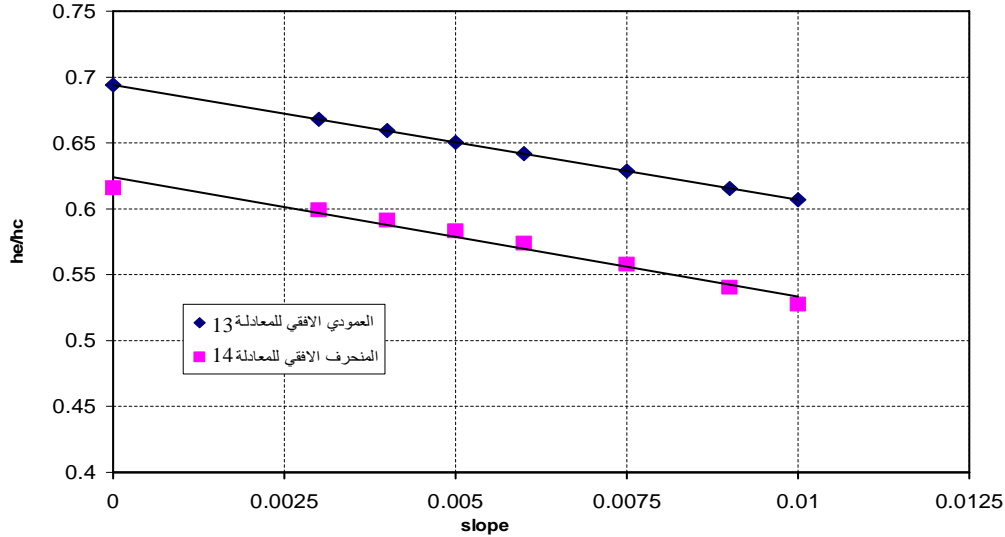
$$h_o/h_c = -8.253 S_o^2 - 8.637 S_o + 0.694 \dots \dots \dots (13)$$

$$h_o/h_c = -453.23 S_o^2 - 4.337 S_o + 0.616 \dots \dots \dots (14)$$

حيث أن: S_o = الميل الطولي للقناة

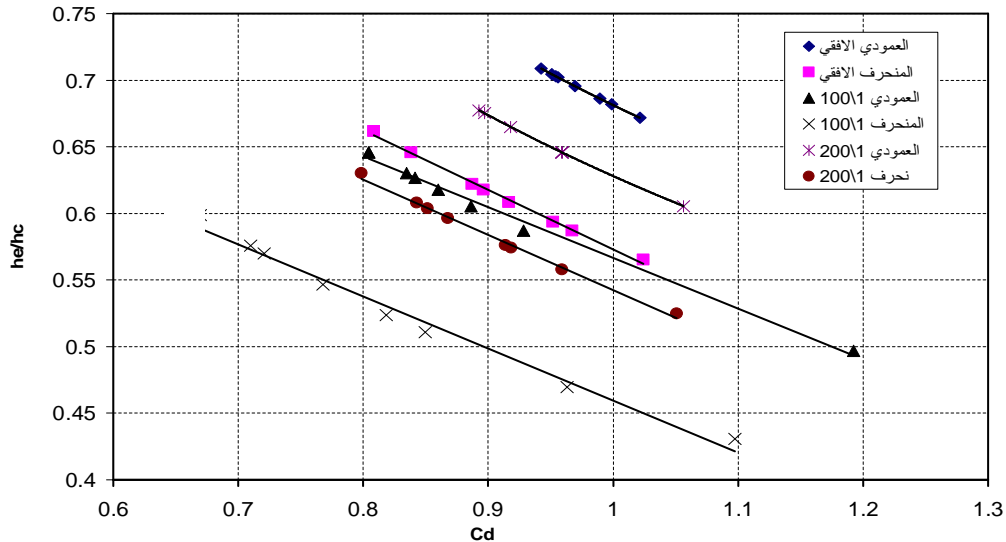
والشكل (10) يبين مقارنة قيم عمق الماء فوق حافة المسقط العمودي والمنحرف وعمق الماء الحرج (h_o/h_c) مع ميل القناة (S_o), حيث تم حساب قيم (h_o/h_c) نظرياً من المعادلتين السابقتين, في هذا الشكل تم الاعتماد على رسم العلاقة بفرض عدة قيم للميل في المعادلات (13 و 14) لإيجاد قيم (h_o/h_c), حيث يلاحظ تناقص هذه القيم مع زيادة الميل

(Davis et. al., 1998), فكانت أدنى قيمة لنسبة (h_e/h_c) بحدود (0.52) عند المسقط المنحرف والمائل (100/1), بينما كانت أعلى قيمة بحدود (0.694) عند المسقط العمودي الأفقي. كما يلاحظ أن قيم نسبة (h_e/h_c) مع الميل كانت أقل لجميع حالات المسقط المنحرف مقارنة بالمسقط العمودي.



الشكل (10) علاقة ميل القناة ونسبة (h_e/h_c) للمسقط العمودي والمنحرف للمعادلات (13 و 14)

الشكل (11) يمثل علاقة معامل التصريف $(C_d=Q_m/Q_{cal})$, التصريف المقاس إلى المحسوب, مع نسبة (h_e/h_c) في المسقط العمودي والمنحرف ولجميع حالات الميل. من هذا الشكل يلاحظ مع زيادة قيم (h_e/h_c) يقل معامل التصريف (C_d) وان قيمة (C_d) للمسقط العمودي أعلى منها في المسقط المنحرف بنسبة (25%) لجميع حالات الميل, وكانت أعلى قيم لمعامل التصريف عند ميل القناة (100/1) للمسقط العمودي والمنحرف وأدناها للميل الأفقي عند نفس قيم (h_e/h_c) .



الشكل (11): علاقة معامل التصريف (C_d) مع نسبة (h_e/h_c) للمسقط العمودي والمنحرف

الاستنتاجات:

قدم هذا البحث دراسة وتحليل لتأثير ميل القناة على المسقط المائي كما قدم مقارنة بين المسقط العمودي والمنحرف بزاوية (30°) عن جدار القناة. ومن خلال الدراسة وجد أن قيم التصريف للمسقط المنحرف أعلى منها للمسقط الأفقي بنسبة (21%) ولجميع حالات ميل القناة. وان قيم التصريف المحسوب والمقاس كانت متقاربة للمسقط العمودي والمنحرف ولجميع حالات الميل بنسبة خطأ لا تتجاوز (15%) للمسقط المنحرف و(12%) للمسقط العمودي عدا حالة المسقط المنحرف والمائل بنسبة (100/1) فقد بلغت نسبة الخطأ بين التصريف المقاس والمحسوب بنسبة (26%)، وبلغت أعلى نسبة زيادة في التصريف المحسوب (Q_{cal}) في المسقط المنحرف والمائل (200/1) مقارنة بالمسقط العمودي حيث بلغت هذه النسبة (1.216). كما تم التوصل إلى علاقات نظرية بين نسبة (h_o/h_c) وميل القناة (S_o) للمسقط العمودي والمنحرف وعلاقة نظرية لإيجاد التصريف المحسوب (Q_{cal}) لجميع حالات المسقط العمودي والمنحرف، كما أن قيم معامل التصريف (C_d) للمسقط العمودي كانت أعلى من المنحرف بنسبة (25%). عليه يمكن زيادة ميل القناة واستخدام مسقط منحرف لزيادة التصريف في القنوات المفتوحة.

المصادر:

- Ahmed Y. M., Moayed S. K., Mwafaq Y. M., (2007). " Variation of Water Depth on Normal and Skewed Broad Crested Weirs", Tikret Univ. Jou. Of Eng., in press.
- Bauer S. W. and Graf W. H. (1971). "Free overfall as flow measuring device", Jou. Of Irr. & Dra. Eng., ASCE, 97(1), 73-83.
- Davis A.C., Brian G.S. and Jacob R. P. (1998). "Flow Measurement in sloping channels with rectangular free overfall", Jou. Of Hyd. Eng., ASCE, 124(7), 760-763.
- Ferro V. (1999). "Theoretical end-depth-discharge relationship for free overfall ", Jou. Of Irr. & Dra. Eng., ASCE, 125(1),40-44.
- Marchi E. (1993). " On the Free overfall ", Jou. Of Hyd. Res. Delft, The Netherlands, 31(6).
- Mohapatra P. K., Bhallamudi S. M. and Eswaran V. (2001). " Numerical study of flow with multipl Free surfaces ", Int. Jou. Of Num. Methods Fluids, 36, 165-184.
- Rajaratnam N., Durfakula M. and Spyridon B. (1976). " Roughness effects on rectangular free overfall", Jou. Of Hyd. Div., ASCE, 102(5), 599-614.

الطائي, احمد يونس, (2002) " دراسة هيدروليكية لأداء البوابات العمودية والمائلة والمركبة على سد غاطس " أطروحة ماجستير, قسم الموارد المائية, كلية الهندسة, جامعة الموصل.