

استخدام طريقة السمبلكس لتحقيق اقل كلفة انتاج في معمل النجف للالبسة الرجالية

ناظم ابراهيم الصفار

مدرس مساعد
قسم الهندسة المدنية / كلية الهندسة - جامعة الموصل

الخلاصة

كان القدر حتميا ان يجعل من نشوب الحرب العالمية الثانية هو مدخل اجباري لتطوير واساليب بحوث العمليات ، هذا العلم الذي كانت ساحات القتال (العمليات) هي صفحات خصبة لتطوير وحل معظم الغازة على ايدي العلماء الانكليز " [1] .

تعتبر البرمجة الخطية Linear Programming من اهم الاساليب في بحوث العمليات في معالجة بعض المشاكل سواء في بعض المشاريع الادارية ، الصناعية ، الخدمية والاقتصادية التي تواجهها الادارة من حيث كيفية تخصيص الموارد من ايدي عاملة ، مواد اولية ، آليات ، ورؤوس اموال لاستخدامها بافضل طريقة اقتصادية ممكنة سواء من اجل تقليل الكلف الانتاجية الى حدها الاصغر Minimization او من اجل زيادة الارباح الى حدها الاعظم Maximization وذلك لاتخاذ القرارات المثالية بحيث يؤمن الاستغلال الامثل لهذة الموارد المتاحة . يتناول هذا البحث استعراض الاسلوب الرياضي لطريقة السمبلكس البرمجة الخطية ، ومن ثم استخدامها في احدى المؤسسات الصناعية الا وهي معمل النجف للالبسة الرجالية بصدد تحديد كمية الانتاج في احدى خطوط الانتاجية وهو خط الجاكيت فقط وذلك للحصول على اقل كلفة انتاج Minimization وفقا لقيود الانتاج المتمثلة بساعات العمل المتاحة للمراحل الانتاجية وكمية الانتاج من اجل التوافق مع طموحات ادارة المعمل .

Using the Simplex Method to Minimize the Production Cost in Najaf Factory for Men Clothes

Nathem Ibrahim Al-Safar

Assistant Lecturer
Civil Engineering Department - University of Mosul

Astract

Operational Research had its origins during the Second Word War as the result of the cooperation of scientists with senior officers of the Royal Air Force , to look into several military problems .

" In 1947, G . Dantzig developed an efficient method called , the simplex method, which can be used with the aid of the computer to solve linear programming problems even with thousands of constraints and thousands of variables in order to find their optimal solutions " [2] .

This research is aiming to revise comprehensively the procedure of Simplex method and to use the computer programme WINQSB in order to obtain the optimal decision to minimize the production cost for three different jackets models in Najaf Factory for Men Clothes .

Key Word : Linear Programing , Simplex , Minimization , Constrints , Objective Function , Optimal Sulotion ,Variables , Pivot Operation .

1- المقدمة : Introduction

" تعتبر بحوث العمليات من العلوم التطبيقية الحديثة التي احرزت تطبيقاتها نجاحا واسعا في المجالات المدنية والعسكرية على السواء ، لقد تشكل اول عنصر تنظيمي لبحوث العمليات خلال الحرب العالمية الثانية ، حيث ظهرت العديد من المعضلات التعبوية والسوقية لقوات الحلفاء وكان يصعب الحصول على حلول لتلك المعضلات من قبل جهة معينة ذات اختصاص واحد ولذلك قررت القيادة العامة لقوات الحلفاء تشكيل اول مجموعة استشارية مختلطة تضم عدد من العلماء الاختصاصيين للتعاون وتقديم المشورة لقيادة القوات المسلحة . وقد اطلق على الاساليب الفنية الرياضية المتقدمة لتحليل المعضلات العسكرية اسم بحوث العمليات Operation Research " [3] .

وتعتبر البرمجة الخطية من اهم الاساليب في بحوث العمليات ، حيث تستخدم عادة البرمجة الخطية في معالجة بعض المعضلات سواء الادارية ،الصناعية ، والاقتصادية التي تواجهها الادارة وذلك لاتخاذ القرارات المثالية المختلفة بصدد توزيع الموارد المتاحة في حالة وجود بدائل مختلفة (المتمثلة بالمتغيرات) Variables وقيود Constraints بالشكل الذي يؤدي الى الاستغلال الامثل لهذة الموارد المتاحة سواء باقل كلفة Minimization او باعلى مستوى من الارباح Maximization .

ويعتبر العالم الرياضى الامريكى جورج دانترك G.B. Dantzig اول من اهتم بتطوير اساليب البرمجة الخطية باستخدام طريقة السمبلكس Simplex فى عام 1947 لحل مسائل البرمجة الخطية ، حيث انها تعتبر طريقة كفاءة جدا فى حل المسائل الصغيرة والكبيرة وخاصة باستعمال الحاسبات الالكترونية . ويهدف هذا البحث الى القاء الضوء على الاسلوب الرياضى لطريقة السمبلكس فى حل مسائل البرمجة الخطية والى مجال استخدامها فى الكثير من المشاريع منها الصناعية والخدمية سواء من اجل تقليل كلفة انتاج Minimization او زيادة الارباح Maximization . وقد تم اختيار معمل النجف كواحد من المشاريع التي يمكن فية استخدام هذة الطريقة بهدف وضع برنامج خاص للانتاج فى خط الجاكيت فقط على سبيل التطبيق بحيث يحقق اقل كلفة انتاج Minimization فى هذا الخط والتي تمثل دالة الهدف Objective Function فى ظل القيود Constraints من حيث ساعات العمل بالمرحل الانتاجية وكمية الانتاج لتتماشى مع طموحات وخطة ادارة المعمل المذكور .

2- البرمجة الخطية (L.P) Linear Programming

1-2 المقدمة :

مع كبر حجم المنشآت ، وتعدد اوجة نشاطها ظهر الكثير من المتغيرات والمشاكل ، التي تؤثر فى امكانية اتخاذ قرار سليم ، الامر الذى يتطلب ضرورة البحث عن اسلوب جديد يساعد على اتخاذ الكثير من القرارات الحرجة التي تواجه الادارة العليا للمنشآت .

وتعتبر البرمجة الخطية احد الاساليب العلمية الحديثة لبحوث العمليات التي تساعد على اتخاذ القرار المناسب . وقد ساهم كل من الاقتصاديين والرياضيين فى تطوير هذا الاسلوب الذى بدا ظهوره عام 1920 ، ثم تابع تطوره فى عام 1947 على يدى العالم الرياضى جورج دانترك G.B. Dantzig حين اكتشف طريقة السمبلكس Simplex Method .

2-2 تعريف البرمجة الخطية :

تعرف البرمجة الخطية بانها اسلوب رياضى حديث يستخدم كاداة لايجاد افضل الاستخدامات للموارد المحدودة المتاحة لدى المنشأ ، ولهذا الاسلوب جانبان هما (البرمجة) وتعنى امكانية استخدام الاسلوب لايجاد البرامج المختلفة لاستخدام الموارد المحدودة المتاحة لدى المنشأة وبما يتلاءم مع القيود المفروضة على هذة الموارد ثم اختيار أفضل هذة البرامج التي تحقق هدف المنشأة ، و (الخطية) وتعنى ان العلاقات بين كافة المتغيرات المحددة للمسألة المبحوثة علاقات خطية " [4] .

2-3 استخدامات البرمجة الخطية :

تستخدم البرمجة الخطية فى اتخاذ القرار المناسب بتخصيص الموارد الاقتصادية المحدودة المتاحة لدى المنشأة بالشكل الذى يحقق اقصى درجة ممكنة من الكفاءة سواء كان ذلك بتحقيق اقصى ربح ام اقل كلفة ، ولا يقتصر استخدام البرمجة الخطية على نشاط معين ، بل تستخدم فى كافة الانشطة الصناعية والزراعية والخدمية والعسكرية لعلاج العديد من المشاكل التي تواجه هذة الانشطة .

هناك العديد من الاسباب التي ادت الى استخدام البرمجة الخطية في حل المسائل المتعلقة بالتخصيص ومن هذه الاسباب:

- 1- وجود انواع كثيرة من المسائل ممكن التعبير عنها كنماذج خطية .
- 2- توفر الاسباب الكفوة لحل مسائل البرمجة الخطية .
- 3- توفر العديد من برامج الحاسوب الجاهزة لحل مسائل البرمجة الخطية .

2-4 الشروط الاساسية لاستخدام البرمجة الخطية :

يتطلب حل مسائل البرمجة الخطية الى الشروط التالية :

- 1- توفر عدة بدائل (متغيرات) Variables لاستغلال الموارد والامكانيات المتاحة (كان تكون انواع السلع المؤمل انتاجها) ، وامكانية تمثيلها برموز جبرية غير سالبة .
 - 2- امكانية التعبير عن هدف المسألة التي تسعى الادارة لتحقيقه (كان يكون تعظيم الربح او قليل الكلفة) بشكل صيغة رياضية تسمى دالة الهدف Objective Function .
 - 3- امكانية التعبير عن القيود Constraints التي تحدد من استخدام الموارد والامكانيات المتاحة (كان تكون ساعات العمل او كميات المواد الاولية) على شكل مجموعة من المتراجحات او من المعادلات الخطية Set Constraints .
- ويطلق على المسائل التي تتضمن هاذين الشرطين الاخيرين اسم مسائل البرمجة الخطية Linear Programming Problems (L.P.S) .
- 4- ان تكون العلاقات بين المتغيرات في مجموعة المتراجحات او المتساويات علاقة خطية (اي معادلات من الدرجة الاولى) .
 - 5- محدودية كمية الموارد والامكانيات المتاحة التي يمكن استغلالها .

2-5 صياغة نماذج البرمجة الخطية : Formulation of L.P Models

يتضمن انشاء نموذج البرمجة الخطية الخطوات التالية :

- 1- تحديد متغيرات المسألة Variables ، وغالبا ما تكون هو الشئ المطلوب تحديده في مسألة قيد البحث ويعبر عنها برموز جبرية .
- 2- تحديد قيود المسألة Constraints ، وغالبا ما تكون الموارد المتاحة والامكانيات في المسألة قيد البحث والتي يعبر عنها بمتراجحات او متساويات وجميعها تكون خطية .
- 3- تحديد دالة الهدف للمسألة Objective Function ، وهي المعادلة التي تقيس الربح او الكلفة .

2-6 طرق حل مسائل البرمجة الخطية : Methods of Solving (L.P.S)

يتم حل مسائل البرمجة الخطية بعدة طرق منها :

- 1- الطريقة البيانية Graphical Method
- 2- طريقة السمبلكس Simplex Method
- 3- طريقة النموذج المقابل Dual Method
- 4- اسلوب ام الكبيرة M- Technique
- 3- طريقة السمبلكس The Simplex Method

3- طريقة السمبلكس The Simplex Method

3-1 مبادئ طريقة السمبلكس : The Principles of Simplex Method

ان طريقة السمبلكس ، كما طورها G. B.Dantzag ، هي اجراء تكرارى لحل مسائل البرمجة الخطية المصاغة في شكلها القياسي ، تتطلب هذه الطريقة ، اضافة الى الشكل القياسي ان تكون معادلات وقيود على نحو جملة ، فيمكن عندئذ الحصول منها على حل اساسى نافذ مباشر " [5] .

وبالرغم على قدرة وسهولة استخدام الطريقة البيانية Graphical Method في حل مسائل البرمجة الخطية في حالة وجود ثلاثة متغيرات و اقل ، الا انها لا تستخدم في حالة وجود اكثر من ثلاثة متغيرات ، ويرجع ذلك الى استحالة الحل عند رسم المسألة قيد البحث بيانيا ، ولطالما ان معظم التطبيقات الهندسية والصناعية والعملية بصورة عامة تتضمن عددا كبيرا من المتغيرات ، وتعد طريقة السمبلكس مجدية في هذا الخصوص لقدرتها على التعامل مع عدد كبير من المتغيرات والقيود .

ويتم حل المسألة قيد البحث باستخدام طريقة السمبلكس من خلال عدد من الخطوات المرتبة الهادفة الى التعرف ايضا مثل الطريقة البيانية على الاركان المحددة Corner Point المنطقة الحلول الممكنة Feasible Region ، وتقييم العائد Objective Function من كل ركن ، والانتقال من ركن لآخر افضل منة حتى يتم التوصل الى الركن - او الحل - الذي يحقق افضل عائد ممكن Optimal Solution .

2-3 النماذج الرياضية في البرمجة الخطية لطريقة السمبلكس :

هناك نموذجان رئيسان للبرمجة الخطية وهما :

1-2-3 النموذج العام Canonical Form :

في هذا النموذج تأخذ دالة الهدف (Objective Function) صيغة التعظيم (Maximization) او صيغة التصغير (Minimization) بينما القيود (Constraints) المفروضة على المسألة على شكل متراجحات (اكبر من او يساوى ، \leq) او (اقل من او يساوى ، \geq) .

وبصورة عامة فان صيغة النموذج العام للبرمجة الخطية في حالة التصغير Minimization هي كما يلي :

$$\text{Minimize } Z = C_1X_1 + C_2X_2 + \dots + C_nX_n \quad \text{دالة الهدف :}$$

وفقا للقيود التالية :

$$\begin{aligned} a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \dots + a_{1n}X_n &\geq a_{21}X_1 + b_1 \\ a_{22}X_2 + \dots + a_{2n}X_n &\geq b_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vdots & \\ \vdots & \\ \vdots & \\ a_{m1}X_1 + a_{m2}X_2 + \dots + a_{mn}X_n &\geq b_m \end{aligned}$$

$$X_1, X_2, \dots, X_n \geq 0$$

$$\text{Minimize } Z = \sum_{j=1}^n C_j X_j \quad \text{اي ان :}$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}X_j \leq b_i \quad i = 1, 2, \dots, m \quad \text{عندما} \quad \text{وفقا للقيود التالية :}$$

$$X_j \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad \text{عندما}$$

حيث ان :

Objective Function = Z دالة الهدف

Variables = n عدد المتغيرات بالمسألة

Constraints = m عدد القيود المفروضة على المسألة

C_1, C_2, \dots, C_n = ثوابت المتغيرات في دالة الهدف

Solution B- Vector = b_1, b_2, \dots, b_n ثوابت معادلات القيود

a_{ij} = هي المصفوفة ، حيث ان : $j = 1, 2, 3, \dots, m$ $i = 1, 2, 3, \dots, n$

3-2-2 : Standard Form

في هذا النموذج تأخذ دالة الهدف (Objective Function) صيغة التعظيم (Maximization) او صيغة التصغير (Minimization) بينما القيود (Constraints) المفروضة على المسألة على شكل معادلات ، بعد ان تم تحويل المتراجحات في النموذج العام الى المساوات وذلك باضافة كمية موجبة مثل S1 للقيود الاول لكي يصبح على شكل مساواة وكذلك اضافة S2 للقيود الثاني ، وهكذا ، واخيراضافة Sm للقيود الاخير ، وبذلك يتكون النموذج القياسي لطريقة السمبلكس في حل مسائل البرمجة الخطية لحالة التصغير Minimization كما يلي :

$$\text{Minimize } Z = C_1X_1 + C_2X_2 + \dots + C_nX_n \quad \text{دالة الهدف}$$

$$a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \dots + a_{2n}X_n + S_1 = b_1 \quad \text{وفقا للقيود التالية} :$$

$$a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \dots + a_{2n}X_n + S_2 = b_2$$

$$a_{m1}X_1 + a_{m2}X_2 + \dots + a_{mn}X_n + S_m = b_m$$

$$X_1, X_2, X_3, \dots, X_n \geq 0$$

$$S_1, S_2, S_3, \dots, S_m \geq 0$$

$$\text{Minimize } Z = \sum_{j=1}^n C_j X_j + \sum_{i=1}^m 0S_i \quad \text{أي ان} :$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} X_j + S_i = b_i \quad i = 1, 2, \dots, m \quad \text{وفقا للقيود التالية} :$$

حيث يطلق الان على (X_1, X_2, \dots, X_n) بالمتغيرات الغير اساسية او المكملة Variables Non-Basic ، بينما يطلق على المتغيرات (S_1, S_2, \dots, S_m) بالمتغيرات الاساسية او الخاملة Basic-Variables . ويمكن تمثيل هذه البيانات على شكل جدول ويسمى بالجدول الابتدائي (او المبسط) لطريقة السمبلكس Initial Simplex Tableau وكما يلي :

الجدول الابتدائي لطريقة السمبلكس Initial Simplex Tablea

Non Basic Variables / Basic Variables	X1	X2	X3	...n	S1	S2	S3	...Sm	Solution B - vector الثابت
Z Objective-Function	-C ₁	-C ₂	-C ₃	... C _n	0	0	0	0	0
S ₁	a ₁₁	a ₁₂	a ₁₃	.. a _{1n}	1	0	0	-	b ₁
S ₂	a ₂₁	a ₂₂	a ₃₃	...a _{2n}	0	1	0	-	b ₂
S ₃	a ₃₁	a ₃₂	a ₃₃	...a _{1n}	0	0	1	-	b ₃
								0	
S _m	a _{m1}	a _{m2}	a _{m3}	...a _{mn}	0	0	0	1	b _m

وتكتب بيانات المسألة المبحوثة في جدول طريقة السمبلكس الابتدائي اعلاة كما يلي : يكتب في صف دالة الهدف Z ، تحت كل متغير معاملة ، فمثلا تحت X_1 يكتب معاملة $C_1 -$ ، وتحت المتغير X_2 يكتب معاملة $C_2 -$ وهكذا ، وكذلك يكتب في صف القيد الاول S_1 تحت كل متغير معاملة ، فمثلا تحت المتغير X_1 يكتب معاملة a_{11} وتحت المتغير X_2 يكتب معاملة a_{12} وهكذا . ويشير الثابت Solution B - Vector الى قيم المتغيرات الاساسية ، فمثلا b_1 يشير قيمة S_1 وبعبارة اخرى $S_1 = b_1$ وهكذا . بينما يشير a_{mn} الى معامل X_n في القيد الاخير للقيد S_m الموجود فيه .

بعد وضع مسألة البرمجة الخطية على شكل الجدول الابتدائي يبدأ العمل الحسابي في طريقة السمبلكس ، والتي هي عبارة عن تحويل مصفوفي Matrix Transformation الذي يطلق عليه عملية المحور Pivot Operation .

3-3 خطوات حل مسائل البرمجة الخطية بطريقة السمبلكس :

تتلخص خطوات الحل بطريقة السمبلكس بما يلي :

- 1- صياغة المسألة قيد البحث رياضيا وذلك بتكوين دالة الهدف Objective Function والقيد Constraints لتأخذ شكل النموذج العام للبرمجة الخطية Canonical Form .
حيث للعلم ان الفرق بين حالة التعظيم Maximization عن حالة التقليل Minimization هو ان اية مسألة تعظيم يمكن تحويلها الى حالة التقليل (التصغير) من خلال ضرب دالة الهدف $x - 1$ ،
اي ان : $\text{Minimize } (Z) = \text{Maximize } (-Z)$.
- 2- تحويل متباينات (متراجحات) القيود الى معادلات جبرية وذلك باضافة لها متغيرات اساسية Basic variables او ما تسمى بالمتغيرات المكملة Slack variables .
- 3- اضافة المتغيرات الاساسية او الخاملة هذه الى دالة الهدف O.F بعد وضع المعامل الحسابي لكل منها يساوي صفرا ومن ثم ضرب دالة الهدف $x - 1$ ، وبذلك تأخذ المسألة شكل النموذج القياسي لطريقة السمبلكس Standard Form .
- 4- انشاء "جدول السمبلكس الابتدائي" Initial Simplex Tableau يتضمن البيانات اعلاة .
- 5- اجراء عملية المحور Pivot Operation وفقا للخطوات التالية :

- أ- تحديد العمود المحوري (المتغير الداخل) Pivotal Column : وهو العمود الذي يحتوي على اكبر عنصر موجب في دالة الهدف ، ازاء المتغير الغير اساسي ، والذي يسمى هذا الاخير بالمتغير الداخل .
- ب- تحديد العنصر المحوري Pivotal Element : وهو العنصر الذي يعطي اقل ناتج قسمة (موجبة) أي قيمة ثابتة اي معادلة (Solution or Vector) على العنصر الذي يقع في العمود المحوري ازاه .
- ج- تحديد الصف المحوري (المتغير الخارج) Pivotal Row : وهو الصف الذي يحتوي على العنصر المحوري ، ازاء المتغير الاساسي ، والذي يسمى هذا الاخير بالمتغير الخارج .
- د- تكوين المعادلة (الصف) المحورية الاساسية الاولى First Basic Pivotal Equation والتي يحصل عليها من قسمة كل عنصر من عناصر الصف المحوري Pivotal Row على قيمة العنصر المحوري نفسه Pivotal Element .
- ل- تكوين بقية معادلات القيود ودالة الهدف وفقا للمعادلة المحورية الاساسية الاولى من عكس اشارة معامل Coefficient وهو العنصر الذي يقع تحت العمود المحوري (دالة الهدف تلك المعادلة ودالة الهدف ، ثم الضرب في المعادلة المحورية الاساسية الاولى ومن ثم الجمع مع تلك المعادلة المراد تكوينها أي ان :

$$- \text{Coefficient [First Basic Pivotal Equation]} + [\text{Equation to be changed}]$$

6- انشاء "جدول السمبلكس للحل الاساسي الاول" بعد اجراء العملية المحورية - First Basic Solution Tableau .

7- يتحقق الحل الامثل للمسألة المبحوثة عندما تصبح جميع عناصر دالة الهدف اكبر من الصفر ($C_j > 0$) في حالة التنظيم التعظيم Maximization أي جميع عناصر دالة الهدف ذات قيم موجبة او صفرية ، او عندما تصبح جميع دالة الهدف اصغر من الصفر ($C_j < 0$) في حالة التصغير Minimization أي جميع عناصر دالة الهدف ذات قيم سالبة . اما في حالة تعذر ذلك تعاد الخطوة رقم (5) ثانية او ثالثة والى ان يتم تحقيق الحل الامثل لدالة الهدف ، او بصيغة اخرى يستمر الحل بايجاد الحلول الممكنة الاساسية والى ان يحصل على حل ممكن اساسي لايمكن تطويره فيصبح هذا هو الحل الامثل Optimal Solution .

4- استخدام الحاسوب في حل مسائل البرمجة الخطية :

لقد ظهرت الحاجة لاستخدام الحاسوب في حل مسائل البرامج الخطية بصورة عامة عام 1952 ، وقد نجحت اول محاولة لحل مسائل البرمجة بطريقة السمبلكس باستخدام الحاسوب في عام 1957 ، وبعد هذا التاريخ طورت اساليب حل مسائل البرمجة الخطية بسرعة كبيرة ، وقد اصبحت استخدامات البرمجة الخطية في الوقت الحاضر تشمل معظم ميادين الحياة العملية ، حيث استخدمت في معالجة المسائل الكبيرة في المشاريع الضخمة كالأعمال الانشائية، المشروعات الصناعية ، اعمال الصيانة الضخمة في حقول البترول ، برامج الفضاء ، صناعة البتروكيماويات ، وغيرها بحيث اصبحت فيها نماذج البرمجة الخطية فيها تحتوى مئات المتغيرات Variables والقيود Constraints والتي لايمكن حلها بالطرق الحسابية اليدوية ، لذا اصبحت استخدام الحاسوب في هذا المجال ذات مسالة ضرورية ، وقد تم استخدام الحاسوب لتطوير حل وتطبيق مسائل البرمجة الخطية بشكل اوسع ، ومن البديهي انه باستخدام الحاسوب فان الوقت المطلوب للعمليات الحسابية اصبحت اقل بكثير عن الوقت المطلوب لانجاز العمليات الحسابية بالطرق اليدوية ، وذلك اعتمادا على كفاءة برنامج الحاسوب المستخدم ، في الوقت الحاضر نجد ان هناك العديد من برامج الحاسوب الجاهزة التي تستخدم في حل مسائل البرمجة الخطية ، منها البرنامج الذي تم استخدامه في التوصل الى نتائج هذا البحث وهو :

Win QsB / Linear and Integer Programming
Version 1.00 for Windows

وعموما تقاس عادة كفاءة أي برنامج حاسوب يستخدم في البرمجة الخطية من خلال دقة النتائج والزمن المستغرق في الوصول الى هذه النتائج . وكلما كان زمن تنفيذ البرامج قصيرا كلما اعتبر البرنامج أكفى . وان كل برنامج من هذه البرامج المستخدمة في حل مسائل البرمجة الخطية له مزاياه الخاصة ، ويتوقف تفضيل برنامج على اخر على عدة عوامل منها: التكلفة ، المرونة والاستخدام ، الدقة ، سرعة ادخال البيانات ، والوصول الى الحل والوقت اللازم للتنفيذ .

5- استخدام طريقة السمبلكس لتقليل كلفة الانتاج بمعمل النجف للابسة الرجالية

1-5 نبذة مختصرة عن المعمل :

تأسس المعمل في البداية كمنشأة ذات كيان اداري مستقل تحت اسم المنشأة العامة للابسة الرجالية في النجف في 1985/2/2 تم ربطها بالمؤسسة ومن ثم دمجها بالمنشأة العامة للخياطة في بغداد واعتبر بذلك معملا تابعا لهذه المنشأة . ان الهدف من تاسيس المعمل هو انتاج الابسة الرجالية المختلفة وهي السراويل ، والجاكيتات ، والبذلات الكاملة ، والمعاطف ، والسفاري ، والقماصم والى ذلك . جرى الانتاج التجريبي في المعمل اعتبارا من 1986/4/1 بعد ان تم تشغيل خط السراويل والقمصنة ثم تلى ذلك خط الجاكيت . ان المعمل يقسم الى عدد من الدوائر والشعب ومن اهم تلك الدوائر والشعب فيه هي الدائرة الفنية التى تتالف هذه مميائتى :

- 1- الشعبة الفنية : وهي الشعبة المسؤولة عن دراسة العروض المقدمة ومفاتحة المجهزين بشأن توريد المواد المطلوبة وقطع الغيار الى المعمل.
- 2- رئاسة الهندسة : وهي المسؤولة عن كافة الاعمال الهندسية في المعمل ويتم انجاز اعمالها من خلال اربعة شعب رئيسية وهي : الكهرباء ، الخدمات الهندسية المدنية والورشة العامة.
- 3- دائرة الانتاج : وهي الدائرة المسؤولة عن كافة العمليات الانتاجية وكافة انواع المنتجات وتتركز فعاليات ونشاطات هذه الدوائر على عدد من الاقسام وكما يلي :

- أ- قسم التصميم : وهو القسم المسؤول عن اعداد كافة التصاميم والنماذج (Models) للابسة التي يتطلب الامر تهيئتها للعمليات الانتاجية .
- ب- قسم التحضيرات : وهو القسم المسؤول عن اعداد اوامر العمل الخاصة لتنفيذ التصاميم المعدة في قسم التصاميم .
- ج- قسم الخياطة : وهو القسم المسؤول عن خياطة كافة البذلات التي تهيأت مستلزماتها في الاقسام السابقة والذي يتضمن اربعة خطوط انتاجية رئيسية وهي : خط الجاكيت ، خط المعطف ، خط السراويل ، خط السفاري .
- د- مركز التدريب : وهو القسم المسؤول عن تهيئة الايدي الماهرة المطلوبة لتأدية عمليات الخياطة المختلفة في الخطوط الانتاجية المذكورة اعلاه .
- هـ - قسم التجهيز : وهو القسم المسؤول عن عمليات التجهيز النهائي للانتاج .
- و- قسم الصيانة : وهو القسم المسؤول عن معالجة العطلات والتوقفات في المكائن والمعدات التي تؤلف الخطوط الانتاجية.

الصفار : استخدام طريقة السمبلكس لتحقيق اقل كلفة انتاج في معمل النجف للالبسة الرجالية

ز- قسم السيطرة النوعية : وهو القسم المسؤول عن كافة النشاطات المتعلقة بالفحص ومراقبة جودة الانتاج .

2-5 بيانات مشكلة تقليل كلفة الانتاج في خط الجاكيت بالمعمل :

1-2-5 : نوع وكمية الانتاج لخط الجاكيت :

ضمن اطار خطط الانتاج السنوية المقررة لها من الادارة العليا ومن دراسة السوق للطلب السنوي للانتاج فان المعمل يطرح الى الاسواق المحلية والجمعيات وباسعار مدعومة للمستهلك بين فترة واخرى مختلف الموديلات من الجاكيتات الرجالية ، وقد تم اختيار ثلاثة نماذج من هذه الموديلات مع كمية الانتاج المحددة فيها اسبوعيا لغرض دراستها بهدف تحديد نوعية وكمية الانتاج فيها لتقليل كلفة الانتاج في خط الجاكيت فقط بحيث تحقق الاستغلال الامثل للامكانيات المتاحة بمراحلها الانتاجية وهي كما يلي :

جدول رقم (1) يوضح موديل الجاكيتات وكمية انتاجها الاسبوعي المحددة

كمية الانتاج الاسبوعية المتاحة (عدد)	موديل الجاكيت
250	A
225	B
220	C

5-2-2 : حساب الاوقات لانتاج كل موديل جاكيت :

حيث بموجب العمليات والنشاطات المطلوبة في قسم التحضيرات وقسم التصميم وقسم الخياطة بالمعمل والجدول والبيانات التي حصل عليها من المعمل يكون الوقت اللازم لانتاج كل وحدة من موديل الجاكيتات الثلاثة (A ، B ، C) عبر المراحل الانتاجية المطلوبة لها ، وكذلك ان ساعات العمل المتاحة اسبوعيا لكل مرحلة انتاجية هي واضحة بالجدول ادناه :

جدول رقم (2) يوضح الاوقات اللازمة لانتاج كل موديل جاكيت وساعات العمل المحددة في المراحل الانتاجية

المراحل الانتاجية	موديل الجاكيت (المنتوج)		
	A	B	C
المرحلة الانتاجية الاولى (التحضير)	1.51	1.7	1.5
المرحلة الانتاجية الثانية (التفصيل)	1.46	1.48	1.44
المرحلة الانتاجية الثالثة (الخياطة)	1.18	1.49	1.83
ساعات العمل المتاحة اسبوعيا	5400	5000	5200

5-2-3 : حساب الكلفة الانتاجية لانتاج كل موديل جاكيت :

تم حساب كلفة الوحدة الواحدة من انتاج كل موديل من الموديلات الثلاثة من خلال الاخذ بنظر الاعتبار كافة الكلف المرتبطة بذلك والتي تشمل على ما يلي:

1- الكلف المباشرة : وتشمل هذه اجور الكادر الفني وكلفة المواد الاولية (وتشمل هذه كلفة الاتمشة ، الخيوط والازرار وكافة المواد الاخرى الداخلة بانتاج كل من وحدة من هذه الوحدات) في المعمل.

2- الكلف الغير مباشرة : وتشمل هذه اجور الكادر الاداري ، والصيانة للمكائن والمعدات ، والاندثارات ، اجور الخدمات (ماء ، كهرباء ، هاتف ، ... الخ) ، السلامة المهنية، الخ.

وقد كانت مجموع هذه الكلف الانتاجية (المباشرة والغير مباشرة) عدا الارباح هي واضحة في الجدول رقم (3) ادناه :

جدول رقم (3) يوضح الكلفة الكلية لانتاج كل موديل جاكيت

نوع الجاكيت (المنتج)	الكلفة الانتاجية للوحدة الواحدة (دينار)
A	8000
B	10000
C	12000

4-5 اعداد مشكلة تقليل كلفة الانتاج في خط الجاكيت بالمعمل بيانيا :

عند تجميع البيانات المتعلقة بانتاج الموديلات الثلاثة من الجاكيت ، والموضحة في الجداول رقم (1) ، (2) و (3) فتظهر بيانيا مسألة كما يلي :

جدول رقم (4) يوضح البيانات المتوفرة لمسألة تقليل كلفة الانتاج في خط الجاكيت بالمعمل

الوقت اللازم للانتاج (ساعة)	نوع الجاكيت (الموديل)			ساعات العمل المتاحة اسبوعيا
	A	B	C	
المراحل الانتاجية				
المرحلة الانتاجية الاولى (التحضير)	1.5	1.7	1.5	5400
المرحلة الانتاجية الثانية (التفصيل)	1.46	1.6	1.5	5000
المرحلة الانتاجية الثالثة (الخياطة)	1.4	1.75	1.5	5200
الكلفة الانتاجية (دينار)	8000	10000	12000	----

5-5 خطوات حل مسألة تقليل كلفة الانتاج في خط الجاكيت بالمعمل باستخدام طريقة السمبلكس :

1-5-5 : صياغة المسألة قيد البحث رياضيا وذلك بتكوين ودالة الهدف والقيود لتأخذ شكل النموذج العام للبرمجة الخطية Canonical Form وذلك من البيانات في جدول (4) . وكما يلي :

$$\text{Minimize } Z = 8000 X_1 + 10000 X_2 + 12000 X_3 \quad \text{1- دالة الهدف :}$$

$$1.51X_1 + 1.7X_2 + 1.5X_3 \geq 5400 \quad \text{2 - قيود ساعات العمل الاسبوعية:}$$

$$1.46 X_1 + 1.48X_2 + 1.44X_3 \geq 5000$$

$$1.18 X_1 + 1.49X_2 + 1.83X_3 \geq 5200$$

$$\begin{aligned} X_1 &\geq 250 & X_2 &\geq 225 \\ X_3 &\geq 220 \end{aligned} \quad \text{3- قيود الانتاج الاسبوعي :}$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0 \quad \text{4- قيد عدم السالبة :}$$

على افتراض ان :

X_1 = تمثل عدد الوحدات الواجب انتاجها اسبوعيا من موديل الجاكيت (A) .

X_2 = تمثل عدد الوحدات الواجب انتاجها اسبوعيا من موديل الجاكيت (B) .

X_3 = تمثل عدد الوحدات الواجب انتاجها اسبوعيا من موديل الجاكيت (C) .

Z = دالة الهدف Objective Function , وهي تحديد اقل كلفة انتاج Minimization .

2-5-5 : تحويل متباينات (متراجحات) القيود الى معادلات وذلك باضافة لها متغيرات اساسية او خاملة (Slack (S Basic or Variables ، ثم اضافة هذه المتغيرات الى دالة الهدف بعد وضع المعامل الحسابي لمعاملاتها يساوي صفرا لتأخذ المسألة شكل النموذج القياسي لطريقة السمبلكس ، وكما يلي :

$$\text{Minimize } Z = 8000 X_1 + 10000 X_2 + 12000 X_3 + 0S_1 + 0S_2 + 0S_3$$

Subject to :

$$1.51 X_1 + 1.7 X_2 + 1.5 X_3 + S_1 = 5400$$

$$1.46 X_1 + 1.48 X_2 + 1.44 X_3 + S_2 = 5000$$

$$1.18 X_1 + 1.49 X_2 + 1.83 X_3 + S_3 = 5200$$

$$X_1 + S_4 = 250$$

$$X_2 + S_5 = 225$$

$$X_3 + S_6 = 220$$

3-5-5 : انشاء الجدول الابتدائي لطريقة السمبلكس من المعلومات اعلاة .

جدول (5) يمثل الجدول الابتدائي لطريقة السمبلكس لمسألة تقليل كلفة الانتاج في خط الجاكيت بالمعمل

Initial Simplex Tableau

P.C

متغيرات غير اساسية / متغيرات اساسية	X1	X2	X3	S1	S2	S3	S4	S5	S6	الثابت
Z	8000	10000	12000	0	0	0	0	0	0	0
S1	1.51	1.7	1.5	1	0	0	0	0	0	5400
S2	1.46	1.48	1.44	0	1	0	0	0	0	5000
S3	1.18	1.49	1.83	0	0	1	0	0	0	5200
S4	1	0	0	0	0	0	1	0	0	250
S5	0	1	0	0	0	0	0	1	0	225
S6	0	0	1	0	0	0	0	0	1	220

4-5-5 : Pivot Operation : اجراء عملية المحور
وتتم ذلك وفقا للخطوات التالية :

أ- تحديد العمود المحوري (المتغير الداخل) Pivotal Column : وهو العمود الذي يحتوي على اكبر عنصر موجب في دالة الهدف ، وبذلك يعتبر العمود الذي يقع فيه العنصر (12000) هو العمود المحوري ، ازاء المتغير X3 ، والذي يسمى هذا الاخير بالمتغير الداخل .

ب- تحديد العنصر المحوري Pivotal Element : وهو العنصر الذي يعطي اقل ناتج قسمة (موجبة) أي قيمة ثابتة اي معادلة (Solution or Vector) على العنصر الذي يقع في العمود المحوري ازاها . وبذلك يكون العنصر (1) هو العنصر المحوري .

ج- تحديد الصف المحوري (المتغير الخارج) Pivotal Row : وهو الصف الذي يحتوي على العنصر المحوري ، وبذلك يعتبر الصف الذي يقع فيه العنصر المحوري (1) ازاء المتغير S6 ، والذي يسمى هذا الاخير بالمتغير الخارج .

د- تكوين المعادلة المحورية الاساسية الاولى First Basic Pivotal Equation والتي يحصل عليها من قسمة كل عنصر من عناصر الصف المحوري على قيمة العنصر المحوري نفسه ، والتي تعتبر هذه معادلة S6 الجديدة ، وتكون كما يلي :

$$(0 , 0 , 1 , 0 , 0 , 0 , 0 , 0 , 1 : 220)$$

ل- تكوين بقية معادلات القيود ودالة الهدف وفقا للمعادلة المحورية الاساسية الاولى من عكس اشارة المعامل (Coefficient) ، وهو العنصر الذي يقع تحت العمود المحوري (كل معادلة ودالة الهدف ثم الضرب في المعادلة المحورية الاساسية الاولى ومن ثم الجمع مع تلك المعادلة او دالة الهدف المراد تكوينها .
ويحصل على صف دالة الهدف Z الجديدة كما يلي :

$$\begin{array}{r} -12000 (0 , 0 , 1 , 0 , 0 , 0 , 0 , 0 , 1 : 220) \\ = (0 , 0 , -12000 , 0 , 0 , 0 , 0 , 0 , -12000 : -2640000) \\ + (8000, 10000, 12000 , 0 , 0 , 0 , 0 , 0 , 0 : 5400) \end{array}$$

$$8000 , 10000 , 0 , 0 , 0 , 0 , 0 , 0 , -12000 : - 2640000$$

وبالطريقة نفسها يحصل على معادلة S1 الجديدة وكما يلي :

$$\begin{array}{r} -1.5 (0 , 0 , 1 , 0 , 0 , 0 , 0 , 0 , 1 : 220) \\ = (0 , 0 , -1.5 , 0 , 0 , 0 , 0 , 0 , -1.5 : - 330) \\ + (1.51 , 1.7 , 1.5 , 1 , 0 , 0 , 0 , 0 , 0 : 5400) \end{array}$$

$$1.51 , 1.7 , 0 , 1 , 0 , 0 , 0 , 0 , -1.5 : 5070$$

وكذلك يحصل على معادلة S2 الجديدة وكما يلي :

$$\begin{array}{r} -1.44 (0 , 0 , 1 , 0 , 0 , 0 , 0 , 0 , 1 : 220) \\ = (0 , 0 , -1.44 , 0 , 0 , 0 , 0 , 0 , -1.44 : - 316.8) \\ + (1.46 , 1.48 , 1.44 , 0 , 1 , 0 , 0 , 0 , 0 : 5000) \end{array}$$

$$(1.46 , 1.48 , 0 , 0 , 1 , 0 , 0 , 0 , -1.44 : 4683.2)$$

وكذلك يحصل على معادلة S3 الجديدة وكما يلي :

$$-183 (0 , 0 , 1 , 0 , 0 , 0 , 0 , 0 , 1 : 220)$$

الصفار : استخدام طريقة السمبلكس لتحقيق اقل كلفة انتاج في معمل النجف للالبسة الرجالية

$$= (0, 0, -1.83, 0, 0, 0, 0, 0, -1.83) : -402.6$$

$$+ (1.18, 1.49, 1.83, 0, 0, 1, 0, 0, 0) : 5200$$

$$1.18, 1.49, 0, 0, 0, 1, 0, 0, -1.83 : 4797.4$$

وبنفس الطريقة يحصل على كل من معادلة S4 , S5 الجديتين ، ويتكوين هذه المعادلات الجديدة من حيث دالة والقيود فان عملية المحور قد انجزت .

5-5-5 : انشاء " جدول السمبلكس للحل الاساسي الاول " بعد اجراء عملية المحور Pivot -Operation ما يلي :

جدول (5) يمثل جدول السمبلكس للحل الاساسي الاول لمسألة تقليل كلفة الانتاج في خط الجاكيت بالمعمل

Simplex Tableau – Iteration 1

متغيرات غير اساسية	X1	X2	X3	S1	S2	S3	S4	S5	S6	الثابت
Z	8000	10000	0	0	0	0	0	0	12000	2640000
S1	0	1.7	1.5	1	0	0	-1.51	0	0	5070
S2	0	1.48	1.44	0	1	0	-1.46	0	0	4683.2
S3	1.18	1.49	1.83	0	0	1	0	0	0	4797.4
S4	1	0	0	0	0	0	1	0	0	250
S5	0	1	0	0	0	0	0	1	0	225
S6	0	0	1	0	0	0	0	0	1	220

5-5-6 : يتحقق الحل الامثل عموما لاية مسألة مي البرمجة الخطية لحالة التصغير Minimization عندما تصبح جميع عناصر دالة الهدف اصغر من الصفر ($C_j < 0$) مما يتطلب هذا الى تطوير الحل باستمرار او بصيغة اخرى يستمر الحل والى ان يحصل على حل ممكن اساسي لايمكن تطويره فيصبح هذا هو الحل الامثل Optimal Solution ، وفي الجدول رقم (5) هنا يلاحظ ان دالة الهدف لازالت تحتوى على عنصرين موجبين وهما (8000 ، 10000) بعد اجراء عملية المحور الاولى ، وهذا يعنى ضرورة الاستمرار بالحل واعادة الخطوتين السابقتين ثانياة او ثالثة فى كل مرة والى ان تصبح جميع عناصر دالة الهدف ذات قيم سالبة او صفرية .

6- نتائج حل مسألة تقليل كلفة الانتاج في خط الجاكيت بالمعمل باستخدام برنامج الحاسوب لطريقة

السمبلكس / Linear and Integer Programming : Win QSB

لكون مسألة البرمجة الخطية هذه تتألف من (3) متغيرات (X1, X2, X3) و(6) قيود هيكلية Constraints ، وان حل هذه المسألة بالطريقة اليدوية يتطلب بدون شك الى جهد متمز ، مما يجعل هذا الى ضرورة استخدام برنامج حاسوب لطريقة السمبلكس مثل Win QSB ، وذلك من اجل التوصل الى قيمة اقل كلفة انتج لخط الجاكيت فقط وكذلك لتحديد نوعية وكمية الانتاج للمعمل من خلال جهد بسيط ونتائج ادق ، وعموما النتائج التي حصل عليها من البرنامج هي واضحة في الشكل رقم (1) وكما يلي :

اقل كلفة للانتاج الاسبوعى في خط الجاكيت فقط بالمعمل = 34 645 830 دينار عراقي

عدد الوحدات الواجب انتاجها اسبوعيا من جاكيت موديل A = 970 وحدة
 عدد الوحدات الواجب انتاجها اسبوعيا من جاكيت موديل B = 1277 وحدة
 عدد الوحدات الواجب انتاجها اسبوعيا من جاكيت موديل C = 1176 وحدة

The screenshot shows the 'Upperbound' window for a linear programming problem. The objective is to minimize the cost function. The decision variables are X1, X2, and X3. The constraints are C1 through C6. The 'Combined Report' window shows the solution values, unit costs, total contribution, reduced cost, base status, allowable min. and max. values for each variable, and the shadow prices for each constraint.

Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit (c _j)	Total Contribution	Reduced Cost	Base Status	Allowable Min. (c _j)	Allowable Max. (c _j)	
1	X1	970.	8000.	755534.	0	basic	999.	8134.
2	X2	1277.	10000.	12769810.	0	basic	9922.	10002.
3	X3	1176.	12000.	14117380.	0	basic	11993.	12176.
	Objective	Function	(Min.) -					

Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS	
1	C1	>=	5400.	0	472.	5227.	5605.	
2	C2	>=	5000.	0	11.	4898.	5170.	
3	C3	>=	5200.	0	6161.	4531.	5706.	
4	C4	>=	250.	220.	0	-M	250.	
5	C5	>=	225.	1052.	0	-M	1277.	
6	C6	>=	1176.	220.	956.	0	-M	1176.

شكل رقم (1) يوضح نتائج مسألة تقليل كلفة الانتاج في خط الجاكيت بالمعمل
 Simplex Tableau – Iteration 9

الخاتمة:

بالرغم من كون الطريقة البيانية (Graphical method) سهلة الاستخدام في العديد من مسائل البرمجة الخطية في حالة عدد المتغيرات لا تزيد عن ثلاثة ، الا انها مقصورة الاستخدام عندما يزيد عدد المتغيرات عن ذلك ، ويرجع السبب في ذلك الى استحالة الحل عند رسم المسألة المبحوثة بيانيا، وطالما ان معظم التطبيقات العملية لمسائل البرمجة الخطية تتضمن عددا كبيرا من المتغيرات ، فانه يحتاج الى اسلوب اخر ، لذا قام العالم جورج دانتيك (G.Dantzig) بتصميم طريقة رياضية تعرف بطريقة السمبلكس (Simplex method) والتي يتم حل المسائل فيها من خلال خطوات رياضية متكررة للوصول الى الهدف في المسألة وبالتالي يساعد الادارة في عملية اتخاذ القرار المناسب بالشكل الذي يؤمن تحقيق الاستخدام الامثل للموارد المتاحة .

ويكن تلخيص الخطوات الحسابية لطريقة السمبلكس في حل مسائل البرمجة الخطية لحالة التصغير كما يلي :

- 1- صياغة المسألة المبحوثة رياضيا لتأخذ النموذج العام للبرمجة الخطية .
 - 2- تحويل المسألة من النموذج العام للبرمجة الخطية الى النموذج القياسي .
 - 3- انشاء الجدول الابتدائي لطريقة السمبلكس .
 - 4- استخراج الحل الاساسي الابتدائي باجراء عملية المحور
 - 5- انشاء الجدول الاساسي الاول لطريقة السمبلكس .
 - 5- تطوير الحل الاساسي الاول الى ان يحصل على حل اساسي آخر لا يمكن تطويره فيصبح الاخير هو الحل الامثل .
- وتحتل طريقة السمبلكس في الوقت الحاضر مركزا مرموقا في مجال بحوث العمليات ولها تطبيقاتها الواسعة في الكثير من المجالات العلمية والصناعية والادارية وخاصة بعد استخدام الحاسوب في حل مسائل البرمجة الخطية والتي تتضمن على M من الصفوف و N من الاعمدة . وربما يكون السبب الرئيسي الذي جعل طريقة السمبلكس او البرمجة الخطية بصورة عامة واحد من اهم الاساليب الناجحة في بحوث العمليات هو الوقت القصير المستغرق في حل اية مسألة باستخدام الحاسوب ، لذا نجد في الوقت الحاضر هناك الكثير من البرامج الجاهزة المستخدمة لطريقة السمبلكس للحصول على القرار الامثل بصدد توزيع الموارد المتاحة .

تم اختيار معمل النجف للالبسة الرجالية كواحد من المجالات التي يمكن فيها استخدام البرمجة الخطية بطريقة السمبلكس بصدد ايجاد اقل كلفة للانتاج في خط الجاكيت فقط على وجه التحديد من اجل تحديد نوع وكمية الانتاج فيية ، وكانت هذه المسألة المبحوثة تتألف من (3) متغيرات Variables و (6) قيود هيكلية Constraints فان حلها يتطلب الى جهد كبير بحيث اصبح من الضروري استخدام برنامج الحاسوب WinQsB كانت النتائج التي تم التوصل اليها بعد (9) عملية تكرار Iteration لعملية المحور Pivot Operation هي كما يلي :

اقل كلفة انتاج اسبوعية في خط الجاكيت بالمعمل
عدد الوحدات الواجب انتاجها اسبوعيا من جاكيت موديل A = 970 وحدة
الوحدات الواجب انتاجها اسبوعيا من جاكيت موديل B = 1277 وحدة
عدد الوحدات الواجب انتاجها اسبوعيا من جاكيت موديل C = 1176 وحدة
وهذا يعنى ان المعمل سوف يقوم بانتاج الثلاثة انواع من موديل الجاكيتات (A,B,C) وبمعدل انتاج اسبوعى يبلغ (970 و 1277 و 1176) وحدة على التوالي ، مما يودى هذا الى الحصول على اقل كلفة ممكنة للانتاج الاسبوعى تبلغ 34 645 830 دينار عراقى .

المصادر :

- 1- الشمرتى ، حامد سعد نور - الزبيدى ، على خليل ، " مدخل الى بحوث العمليات " ، دار مجدولاي - عمان ، الطبعة الاولى ، 2007 . ص 17.
- 2- Winston , wayne l , " Operation Research Application and Algorithms " ، pws-KENT Publishing Company – Boston , 1987 , P.no.45.
- 3 - جزاع ، عبد نياز ، " بحوث العمليات " ، وزارة التعليم العالي والبحث العلمى - جامعة بغداد-الطبعة الثانية ، 1988 . ص 17.
- 4 - عادل ، مازن بكر ، " بحوث العمليات للادارة الهندسية " ، وزارة التعليم العالي والبحث العلمى - الجامعة التكنولوجية ، 1986 . ص 17.
- 5 - بقجة جى ، صباح ، " بحوث العمليات " ، المركز العربى للتعريب والترجمة والتاليف والنشر بدمشق ، 1998 . ص 33 .
- 6- Moskowitz , Herbert , " Operation Research Techniques for Management " , PRETICE – HALL , INC , 1979 .

تم اجراء البحث في كلية الهندسة - جامعة الموصل