

التحليل غير الخطي للصفائح الخرسانية المسلحة السمكية تحت تأثير الأحمال التكرارية والتسخين الدوري

أ.د. عبد الحكيم حامد أحمد حكمت علي الياس الجرجري

قسم الهندسة المدنية / جامعة الموصل

الخلاصة

تشمل هذه الدراسة تأثير التسخين الدوري والأحمال التكرارية في السلوك الإنشائي للصفائح الخرسانية المسلحة السمكية وذلك باستعمال نموذج رياضي يمثل تأثير التسخين المتناوب في الخصائص الميكانيكية لكل من الخرسانة وحديد التسليح تحت تأثير الأحمال الدورية. تم تقسيم سمك الصفيحة إلى عدد من الشرائح وتمثيل حديد التسليح بما يكافئ شريحة خرسانية وذلك لتمثيل التغيير في خصائص المواد المستخدمة ضمن سمك الصفيحة. تم حساب التغيير في خصائص كل شريحة وحسب درجة الحرارة الخاصة بها. وقد استعملت معادلة الانتشار الحراري باتجاه سمك الصفيحة في تحديد درجة الحرارة في كل شريحة. كما تم اعتماد طريقة (Reissner) للصفائح السمكية التي تأخذ بنظر الاعتبار اجهادات قوى القص وانفعالاتها وتفترض ان توزيع الاجهادات يكون على نحو خطي ضمن سمك الصفيحة لحساب الاجهادات والانفعالات في الصفيحة. كما استخدمت طريقة الفروقات المحددة وتقنية الاسترخاء الحركي والطريقة المعدلة للزيادات المحددة لتمثيل علاقة (الاجهاد – الانفعال) غير الخطية. تمت تحليل الصفيحة الخرسانية المسلحة تعريضها الى (1,2,3,4) من دورات التسخين والتبريد ولثلاثة مستويات حرارية هي $(200,400,600)^{\circ}\text{C}$ وعدد دورات التحميل.

Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Thick Plates Under Effect of Repeated Loading and Cyclic Heating

Dr. A.H. AHMAD (Professor) H. A. AL – Jarjery

Civil Engineering / University of Mosul

Abstract

This study includes the effect of cyclic heating and repeated loading on the behavior of reinforced concrete thick plates by using mathematical models to represent the effect of cyclic heating on mechanical properties of concrete and steel, and other models to represent the behavior of both concrete and steel under the effect of cyclic loads.

Plate thickness has been divided into several layers; steel was represented as an equivalent concrete layer. The material properties in each layer of the plate thickness are evaluated according to its temperature. One dimensional heat equation has been used to describe heat distribution through the layers

Reissner's theory that account for shear strain and transfer of shear forces and assumes that stress distribution across plate thickness is linear has been used to analyze the plates. The finite difference method and dynamic relaxation technique are used to calculate the stress and strain in the plate; also modified increment method is used to represent stress-strain nonlinear relationship.

Reinforced concrete plates have been analyzed in the ordinary temperature and after heating and cooling for three different temperatures $(200,400,600)^{\circ}\text{C}$ with different Cyclic Loading of (1,2,3,4) cycles .

Keywords: Nonlinear analysis, Reinforced concrete, Thick plates, Repeated load, High Temperature.

1- المقدمة

تُعد الصفائح الخرسانية المسلحة من العناصر الإنشائية الهامة وتوجد في المنشآت الهندسية بشكل عام والمباني بشكل خاص.

وقد تتعرض هذه المنشآت لأنواع مختلفة من الأحمال مثل الأحمال الدورية المتكررة وهي الأحمال التي تتراوح بين الصفر وأعلى قيمة وتسلط باتجاه واحد.

كما تتعرض العديد من المنشآت الهندسية المهمة كمحطات الطاقة وأبراج التبريد والحاويات الخرسانية للمفاعلات النووية إلى درجات الحرارة العالية التي تؤثر سلباً على سلوكية هذه المنشآت من خلال تأثيرها في خصائص المواد المكونة لها، وهذا ما جعل العديد من الباحثين يتجهون إلى دراسة تأثير الحرارة العالية على المواد الإنشائية (الخرسانة وحديد التسليح) وبالتالي على سلوك العنصر الإنشائي.

وقد بينت الدراسات والبحوث أن المنشآت الخرسانية تتصرف على نحو غير خطي حتى تحت تأثير الأحمال الخدمية. وينتج السلوك غير الخطي للمنشأ جراء السلوك غير الخطي المادي (Material Nonlinearly) المتمثل بعلاقة (الإجهاد – الانفعال) غير الخطية لكل من حديد التسليح والخرسانة وهذا ما جعل التحليل غير الخطي أمراً لا بد منه لتمثيل سلوك المنشآت الهندسية بشكل دقيق.

في هذه الدراسة تم استخدام طريقة الفروقات المحددة وطريقة ألوسترخاء ألدنميكي لتحليل الصفائح الخرسانية السمكية تحت تأثير الأحمال الدورية المتكررة وبعد تعرضها لدورات متعددة من التسخين والتبريد ولمستويات حرارية مختلفة مع الأخذ بنظر الاعتبار السلوك غير الخطي للمواد .

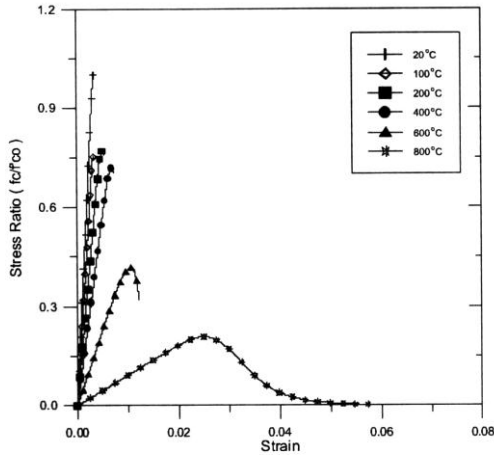
تم تطوير برنامج حاسوبي لتحليل الصفائح الخرسانية بطريقة الفروقات المحددة للتمكن من تحليل الصفائح الخرسانية المسلحة السمكية تحت تأثير الأحمال الدورية في درجات الحرارة الاعتيادية. وبعد التعرض لدورات من التسخين والتبريد لمستويات حرارية مختلفة. بالإضافة إلى إدخال متغيرات عديدة مثل فترة التعرض للتسخين وسمك الصفيحة الخرسانية وسمك الغطاء الخرساني والنسبة الباعية (Aspect Ratio) ومعرفة تأثير كل من هذه المتغيرات على سلوك الصفيحة عند درجات الحرارة العالية والاعتيادية.

في عام (2002) أجرى الباحثون (Tolentino) وجماعته [1] دراسة عملية على نماذج خرسانية أسطوانية الشكل بأبعاد (100 x 200 mm) لنوعين من الخرسانة، خرسانة اعتيادية وخرسانة عالية المقاومة. تم تسخين النماذج إلى درجة حرارة (600°C) ثم بردت إلى (200 °C) بعدها تركت لتبرد إلى درجة الحرارة الاعتيادية في الهواء. وبينت نتائج الدراسة أن الخرسانة الاعتيادية تحتفظ بخواصها الميكانيكية أكثر من الخرسانة عالية المقاومة. حيث إن مقاومة الانضغاط تصبح نسبة إلى قيمتها الابتدائية (31 %) للخرسانة عالية المقاومة و(42 %) للخرسانة الاعتيادية، أما قيمة معامل المرونة فتصبح (41 %) و(51 %) من قيمتها الابتدائية للخرسانة عالية المقاومة والاعتيادية على التوالي.

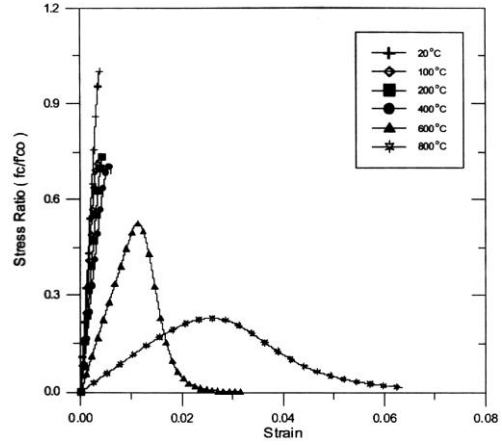
نشر الباحثان (Phan and Carino) [2] عام (2002) بحثاً تناولوا فيه تأثير ظروف الفحص وخواص المزجة الخرسانية في خواص الخرسانة عالية المقاومة المعرضة لدرجات الحرارة العالية. أجريت الدراسة على نماذج خرسانية أسطوانية الشكل بأبعاد (100 x 200) mm واستخدم الباحثان ثلاث نسب ماء/سمنت (w/c) هي (0.57, 0.33, 0.22) كما تم فحص النماذج وهي ساخنة بعد التبريد وكذلك تسخين النماذج تحت تأثير إجهاد انضغاطي ثابت مقداره (40 %) من مقاومة الانضغاط الابتدائية وفحصها ساخنة. لاحظ الباحثان بأن قيمة المقاومة المتبقية تكون أعلى ما يمكن لحالة الفحص الأخيرة، وأقل ما يمكن لحالة الفحص الثانية حيث أصبحت المقاومة المتبقية (75, 50, 70 %) في درجة حرارة (450 °C) من المقاومة الابتدائية لحالة الفحص الأولى والثانية والثالثة على التوالي.

درس الباحثون (Cheng وجماعته) [3] عام (2004) سلوكية الخرسانة عالية المقاومة الاعتيادية (Plain Concrete) والمسلحة بالألياف الفولاذية عند درجات الحرارة المختلفة. وأوضحت نتائج الدراسة إن إضافة الألياف الفولاذية إلى الخرسانة تزيد من قابليتها على الاحتفاظ بخواصها الميكانيكية عند التعرض لدرجات الحرارة العالية كما في الشكلين (1) و (2) و الجدول (1) .

تناول الباحثون (AL – Tayyib وجماعته) [4] تأثير التسخين المتكرر في الخرسانة الحاوية على الركام المحلي المتوفر في المملكة العربية السعودية. استخدم الباحثون نماذج خرسانية مختلفة الأشكال والأبعاد سخنت النماذج إلى درجة حرارة (80 °C) لمدة (24 hr) بعدها تركت في الهواء لتبرد إلى درجة الحرارة الاعتيادية لمدة (24 hr) أيضاً، وتم فحص النماذج بعد تعريضها إلى (90 and 60, 30) دورة من التسخين والتبريد،



الشكل (1): علاقة (الإجهاد - الانفعال) للخرسانة الاعتيادية
متسويات حرارية مختلفة [3]



الشكل (2): علاقة (الإجهاد - الانفعال) للخرسانة المسلحة
بالألياف الفولاذية لمستويات حرارية مختلفة [3]

جدول (1)

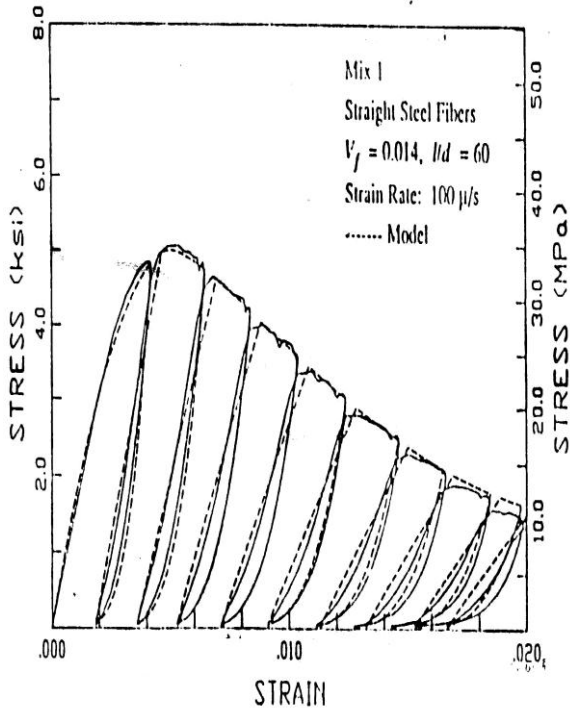
خرسانة ليفية		خرسانة اعتيادية		
200C	400C	200C	400C	
81%	48%	42%	76%	مقاومة الانضغاط
70%	48%	35%	60%	معامل المرونة

وبينت الدراسة بان الخرسانة تفقد حوالي (27 %) من مقاومة انضغاطها بعد تعرضها إلى (90) دورة من التسخين والتبريد، وان معظم الفقدان في خواص الخرسانة يحدث في الدورات الثلاثين الأولى من التسخين.

قام الباحثان (Otter and Naaman) [5] عام (1988) بإجراء تجارب عملية على مجموعة نماذج خرسانية أسطوانية ليفية بأبعاد (100 x 200) mm واعتمادا على نتائج هذه الدراسة اشترك الباحثان عام (1989) [6] صيغا رياضية لتمثيل غلاف المنحني ومنحني رفع الحمل وإعادة الحمل لعلاقة (الإجهاد - الانفعال) للخرسانة المعرضة إلى انضغاط دوري، وتمت مقارنة هذا النموذج مع النتائج العملية كما موضح في الشكل (3).

قام الباحث حسن عام (2002) [7] بدراسة عملية على مكعبات خرسانية بأبعاد (100 x 100 x 100) mm لبيان تأثير الخواص الميكانيكية للخرسانة بدورات التسخين والتبريد بثلاثة مستويات حرارية هي (600, 400, 200) °C ومدة التعرض للتسخين مداها ساعة واحدة وبدون تسليط أي حمل في أثناء التسخين والتبريد واستنتج الباحث إن الخواص الميكانيكية للخرسانة تتأثر على النحو الآتي:

1. **مقاومة الانضغاط:** تنخفض مقاومة الانضغاط بعد الدورتين الأولى والثانية عند درجة حرارة (200 °C) إلى (84, 90) % من قيمتها الأولية على التوالي وتتوقف



الشكل (3): علاقة (الإجهاد - الانفعال) للخرسانة المعرضة
للانضغاط دورياً [6]

عن التأثير بعد الدورة الثانية. وعند درجة حرارة (400 °C) تنخفض قيمتها بعد الدورة الأولى والرابعة إلى (70, 44) % على التوالي. أما لدرجة حرارة (600 °C) فان قيمتها تصبح (58, 10) % من قيمتها الابتدائية بعد الدورة الأولى والرابعة على التوالي.

2. **مقاومة الشد الانشطاري:** لدرجة حرارة (200 °C) تصبح قيمتها (80, 73) % ولدرجة حرارة (400 °C) تصبح قيمتها (65, 38) % أما عند درجة حرارة (600 °C) تكون قيمتها (40, 14) % من قيمتها الابتدائية قبل التسخين بعد الدورتين الأولى والرابعة على التوالي.

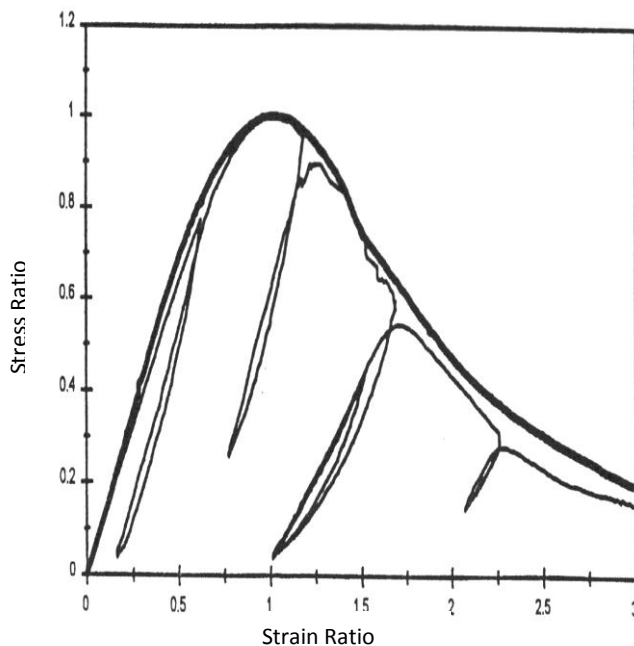
3. **معامل المرونة:** تبدي قيمة معامل المرونة حساسية أكثر لدرجات الحرارة ودورات التسخين والتبريد فعند درجة حرارة (200 °C) تصبح قيمتها (80, 65) % ولدرجة حرارة (400 °C) تصبح (62, 20) % أما لدرجة حرارة (600 °C) تنخفض قيمتها إلى (40, 10) % من القيمة الابتدائية بعد الدورة الأولى والرابعة على التوالي.

4. **الانفعال الأقصى:** تزداد قيمة الانفعال الأقصى بزيادة درجات الحرارة ودورات التسخين والتبريد فبعد أربع دورات من التسخين والتبريد وعند درجات حرارة (600, 400, 200) °C تصبح قيمتها (5.7, 3.1, 1.6) مرة من القيمة الأولية وعلى التوالي.

2- السلوك الدوري للمواد Cyclic Behavior of Material

في الدراسة الحالية تم الافتراض أن سلوك الخرسانة المعرضة لاجهاد الشد ذي المحور الثنائي أو لاجهاد (الشد – الانضغاط) لا يختلف عن سلوك الخرسانة المعرضة لاجهاد أحادية المحور. كما تم اعتماد نماذج رياضية مشتقة سابقا [5] لتمثيل سلوك الخرسانة تحت تأثير الانضغاط الدوري والشد الدوري، وكذلك النموذج الدوري المعتمد لحديد التسليح.

1.2 علاقة (الإجهاد – الانفعال) للخرسانة تحت تأثير الانضغاط الدوري



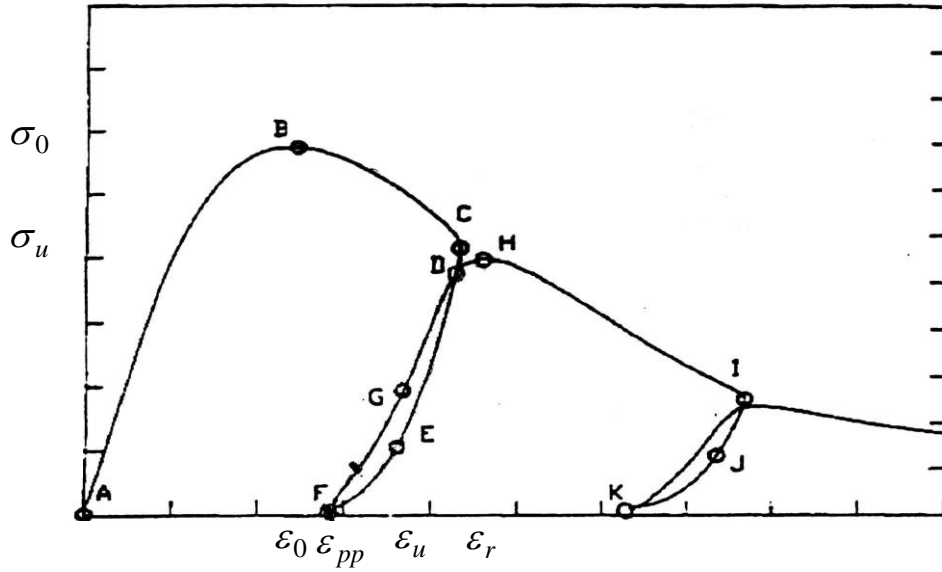
الشكل (4): غلاف المنحني تحت تأثير حمل تزايدى ودوري [8]

في عام (1998) قام الباحثان (Bhan and Hsu) [8] بدراسة عملية على نماذج خرسانية أسطوانية بأبعاد (75 x 150) mm لصياغة نموذج رياضي يمثل علاقة (الإجهاد – الانفعال) للخرسانة تحت تأثير الانضغاط المحوري الدوري وفحص الباحثان النموذجين من التحميل:

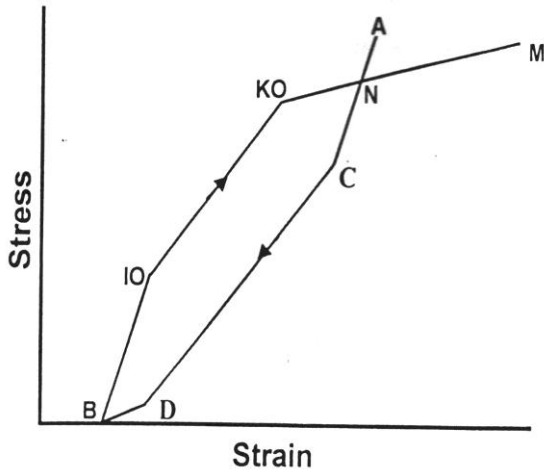
1. تحت تأثير انضغاط تزايدى إلى حد فشل النموذج.
2. تحت تأثير انضغاط دوري.

واستنتج الباحثان إن غلاف المنحني الناتج من تعرض الخرسانة إلى حمل دوري ينطبق تقريبا مع غلاف المنحني الناتج من الحمل التزايدى كما موضح في الشكل (4). كما تمكن الباحثان من اشتقاق علاقات رياضية لتمثيل سلوك الخرسانة تحت تأثير الانضغاط الدوري.

تم الاعتماد على النموذج الرياضي المقترح من قبل الباحثين (Otter&Namman) [6] عام (1989) والموضح في الشكل (5) لتمثيل سلوك الخرسانة تحت تأثير الانضغاط التكراري.



الشكل (5): السلوك الدوري للخرسانة في حالة رفع الحمل واعدته كلياً [6]



الشكل (6): سلوك الخرسانة تحت تأثير شد دوري [9]

2.2: سلوك الخرسانة المعرضة لشد دوري

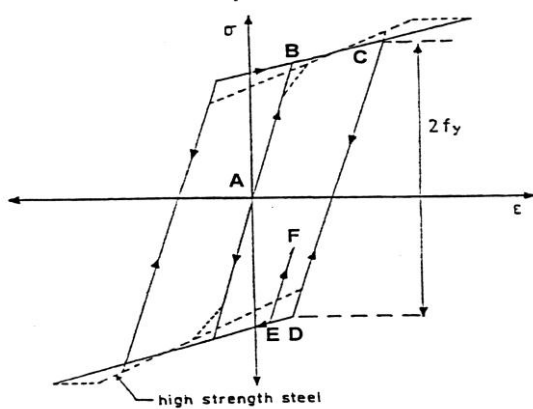
Concrete Behavior Under Cyclic Tension

تم الاعتماد على النموذج الذي اقترحه الباحثان (Yankekevsky and Reinhardt) [9] لتمثيل سلوك الخرسانة عند تعرضها لأحمال شد تكراري.

ففي حالة رفع الحمل واعدته في الشد Reloading in Tension: يلاحظ من الشكل (6) أن عملية رفع الحمل تتوقف في النقطة (B) لتبدأ عملية إعادة الحمل وهكذا فإن عمليتي رفع الحمل واعدته تتم في منطقة الشد [17].

Steel Reinforcement

2.3 حديد التسليح



الشكل (7): سلوك حديد التسليح تحت تأثير الأحمال الدورية [10]

اقترح الباحث (Chan) [10] عام (1982) النموذج المبين في الشكل (7) لتمثيل سلوك حديد التسليح تحت تأثير الأحمال الدورية يلاحظ من الشكل أن عملية رفع الحمل تبدأ من النقطة (C) وتتخذ المسار (CD) الذي يكون على شكل خط مستقيم مواز لمسار منحنى التحميل (AB) حتى الوصول إلى النقطة (E) التي تبدأ عندها عملية إعادة الحمل وهكذا في هذه الدراسة تم افتراض القيمة العظمى للإجهاد مساوية لإجهاد الخضوع. أي أن ميل المنحني سيكون مساوياً للصفر لقيم الانفعال الأعلى من الانفعال المقابل لإجهاد الخضوع وكما موضح في الشكل (7).

2.4: مقاومة الانضغاط Compressive Strength:

أوضحت نتائج الدراسة التي قام بها الباحث حسن [7] أن مقاومة الانضغاط تتناقص مع ارتفاع درجات الحرارة وزيادة عدد دورات التسخين والتبريد وكما موضح في الشكل (8). وقد اقترح الباحث حسن [7] معادلة من الدرجة الثالثة، معادلة (1) لحساب مقاومة انضغاط الخرسانة بعد تعرضها لدورات من التسخين والتبريد لمستويات حرارية مختلفة وعلى النحو الآتي:
حيث أن:

$$f_{ct} = \frac{f_{c20}}{100} \left(\frac{X_1 + X_2 \times T + X_3 \times T^2 \times 10^{-3}}{+ X_4 \times T^3 \times 10^{-7}} \right) \quad (1)$$

$$X_1 = 96.67 + 6.972C - 3.392C^2 + 0.452C^3$$

$$X_2 = (38.69 - 124.1C + 63C^2 - 8.5C^3) \times 10^{-3}$$

$$X_3 = -3.533 - 3.776C + 2.78C^2 - 0.4225C^3$$

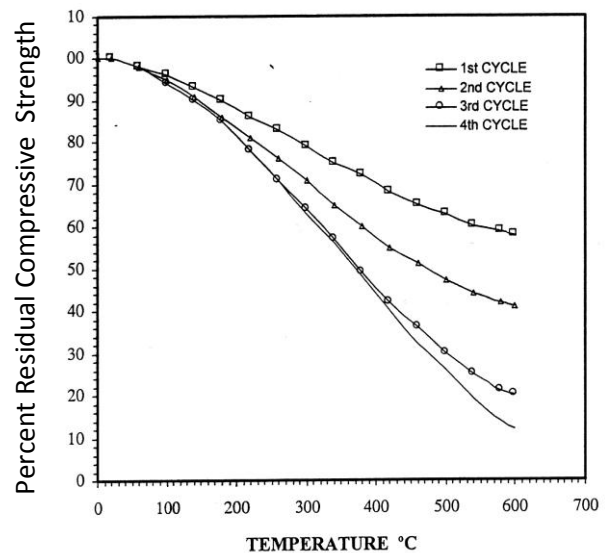
$$X_4 = 2.854 - 2.224C + 2.14C^2 - 0.354C^3$$

f_{cT} : مقاومة انضغاط الخرسانة بعد التسخين والتبريد
($\text{mm}^2\text{N/}$)

f_{c20} : مقاومة انضغاط الخرسانة قبل التسخين والتبريد
(N/ mm^2)

C: عدد دورات التسخين والتبريد.

T: درجة الحرارة.



الشكل (8): تغير مقاومة الانضغاط للخرسانة مع ارتفاع درجات الحرارة وعدد مرات التعرض للتسخين والتبريد [7]

2.5 معامل المرونة Modulus of Elasticity

في الدراسة الحالية تم الاعتماد على المعادلة (2) المقترحة من قبل مدونة (ACI) لحساب قيمة معامل المرونة الابتدائي وعلى النحو الآتي [11] وكما موضح في الشكل (9).

$$E_c = 0.043W^{3/2} \sqrt{f'_c} \quad (2)$$

حيث أن:

E_c : معامل المرونة للخرسانة (N/ mm^2).

W: كثافة الخرسانة (kg/ m^3).

f'_c : مقاومة الانضغاط للخرسانة (N/ mm^2).

كما تم الاعتماد على المعادلة الرياضية (3) المقترحة من قبل حسن [7] لتمثيل تأثير درجات الحرارة العالية وعدد دورات التسخين والتبريد في قيمة معامل المرونة والموضح بالشكل (10) والمعادلة المقترحة هي:

$$E_T = \frac{E_{20}}{100} (X_1 + X_2 + X_3 T^2 + X_4 T^3) \quad (3)$$

$$X_1 = 87.05 + 20.712C - 8.875C^2 + 1.17C^3$$

$$X_2 = 0.375 - 0.7583C + 0.3032C^2 - 0.0365C^3$$

$$X_3 = (-133.21 + 238.784C - 108.296C^2 + 13.758C^3) \times 10^{-5}$$

$$X_4 = (8.65 - 17.8135C + 8.9275C^2 - 1.18C^3) \times 10^{-7}$$

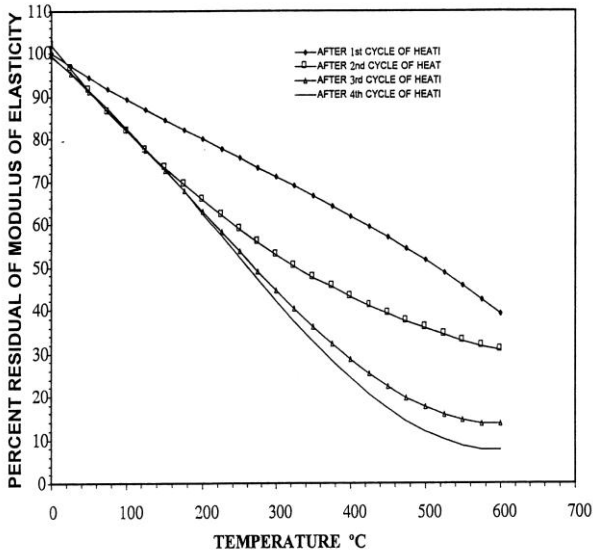
حيث أن:

E_T : معامل المرونة للخرسانة

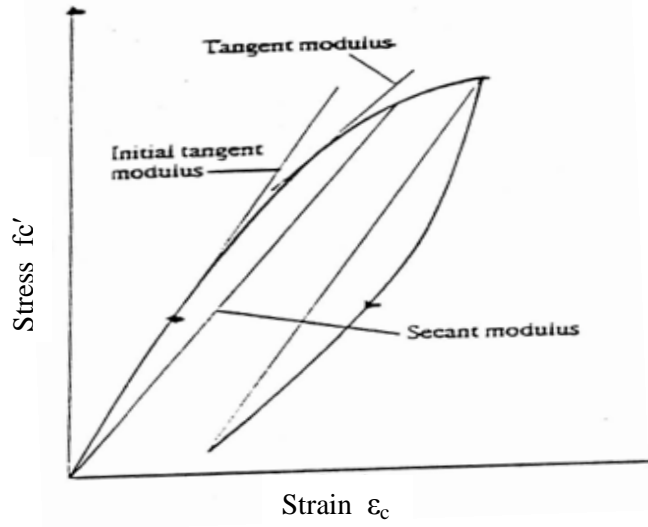
(N/ mm^2) عند درجة حرارة (T).

E_{20} : معامل المرونة للخرسانة

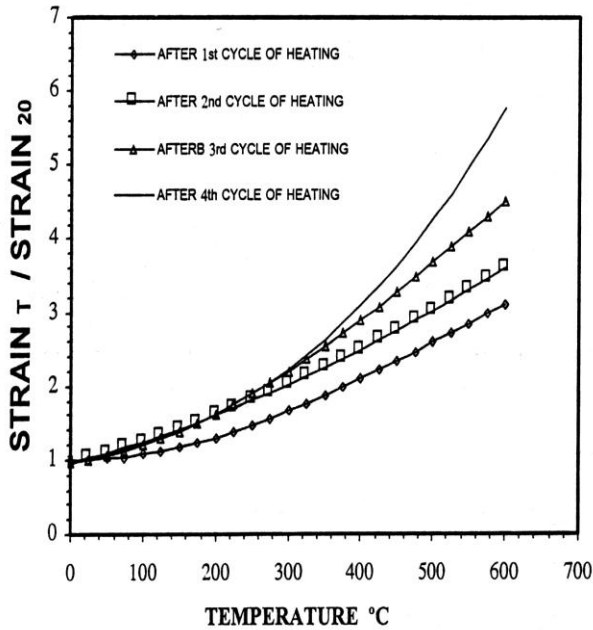
(N/ mm^2) عند درجة حرارة (20 °C)



الشكل (10): تغير معامل المرونة للخرسانة مع ارتفاع درجات الحرارة وعدد مرات التعرض للتسخين [7]



الشكل (9): معامل المرونة القاطع والمماسي [7]



الشكل (11): تغير قيمة الانفعال القصوى مع تغير درجات الحرارة وعدد دورات التبريد والتسخين [7]

Strain

2.5 الانفعال

لغرض حساب قيمة الانفعال بعد تعرض الخرسانة إلى دورات من التسخين والتبريد لمستويات حرارية مختلفة فقد تم الاعتماد على المعادلة الرياضية (4) التي اقترحها الباحث حسن شكل (11) وعلى النحو الآتي:

$$\varepsilon_{pT} = \varepsilon_{p20} (X_1 + X_2 T + X_3 T^2 + X_4 T^3) \quad \dots \dots \dots (4)$$

$$X_1 = 1.252 - 0.3883C + 0.157C^2 - 0.019535C^3$$

$$X_2 = (-137.776 + 220C - 85.556C^2 + 10.707C^3) \times 10^{-4}$$

$$X_3 = (5.967 - 8.09C + 3.605C^2 - 0.48C^3) \times 10^{-5}$$

$$X_4 = (52.96 - 77.57C + 36C^2 - 5.1C^3) \times 10^{-7}$$

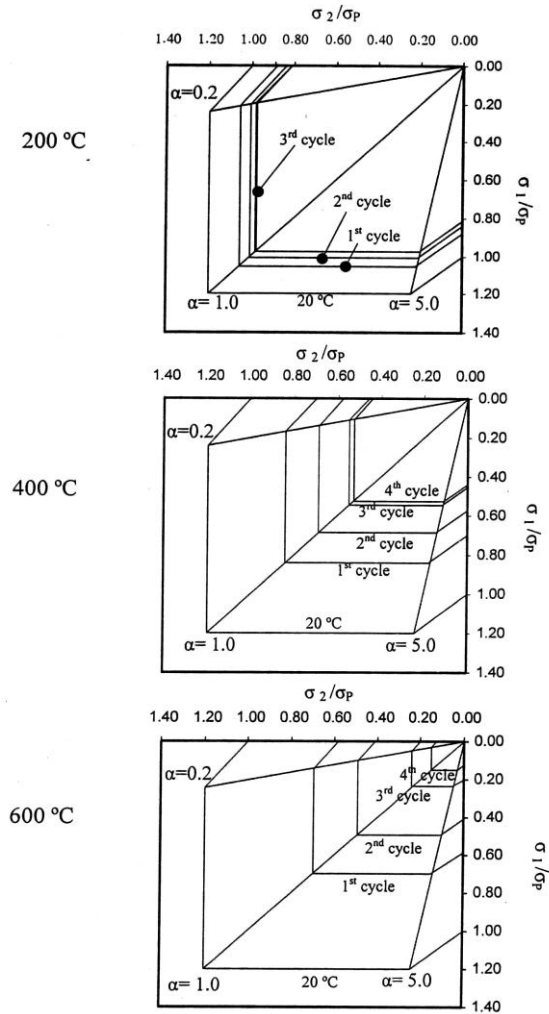
حيث أن:

ε_{pT} : الانفعال عند درجة حرارة (T).

ε_{p20} : الانفعال عند درجة حرارة (20).

يذكر إن المعادلات التي اقترحها حسن [7] لتمثيل تأثير التسخين المتكرر في الخواص الميكانيكية للخرسانة تصلح ضمن درجات حرارة تتراوح بين (20 - 600) °C ولعدد من دورات التسخين والتبريد التي لا تتجاوز أربع دورات،

3. ألعلاقات التكوينية:-



الشكل (12): مغلف الفشل ذو المحور الثنائي المقترح للخرسانة المتأثرة بدرجات الحرارة المختلفة وعدد مرات التعرض للتسخين والتبريد [7]

$$\frac{\sigma_p}{\sigma_{or}} = 1.2 \quad \text{for } 0.2 \leq \alpha \leq 1.0 \quad \text{----- (6)}$$

$$\frac{\sigma_p}{\sigma_{or}} = 1 + \frac{\alpha}{1.2 - \alpha} \quad \text{for } \alpha < 0.2 \quad \text{.....(7)}$$

$$\frac{\sigma_p}{\sigma_{or}} = \frac{1.2}{\alpha} \quad \text{for } 1.0 \leq \alpha \leq 5.0 \quad \text{..... (8)}$$

$$\frac{\sigma_p}{\sigma_{or}} = \frac{1}{\alpha} \left(1 + \frac{1}{1.2\alpha - 1} \right) \quad \text{for } \alpha > 5.0 \quad \text{..... (9)}$$

حيث أن:

σ_{or} : المقاومة القصوى للانضغاط ذي المحور الأحادي.

σ_p : المقاومة القصوى للانضغاط ذي المحور الثنائي.

1.3. علاقة (الإجهاد-الانفعال) الثنائي المحور للخرسانة Biaxial Stress-Strain Relationship for concrete

اقترح الباحث (Liu) [11] علاقة رياضية (5) لتمثيل علاقة (الإجهاد - الانفعال) للخرسانة عند تعرضها لانضغاط ثنائي المحور بالشكل الآتي:

$$\sigma = \frac{\varepsilon E}{(1-\nu\alpha) \left[1 + \left[\frac{E}{E_s(1-\nu\alpha)} - 2 \right] \frac{\varepsilon}{\varepsilon_p} + \left[\frac{\varepsilon}{\varepsilon_p} \right]^2 \right]} \quad \text{..... (5)}$$

حيث أن:

ε_p, σ_p : قيم الإجهاد والانفعال الأقصى على التوالي.

E_s : معايير القاطع. E : معايير المرونة المماسي.

α : النسبة بين قيمتي الإجهاد الرئيسة. ν : نسبة بوسون.

2.3- المقاومة القصوى للخرسانة تحت تأثير الانضغاط ذي المحور الثنائي

Ultimate Strength of Concrete Under Biaxial Compression

يوضح الشكل (12) مغلف الفشل للخرسانة تحت تأثير الانضغاط ذي المحور الثنائي بعد تعرضها لدورات من التسخين والتبريد لمستويات حرارية مختلفة، وقد اعتمد الباحث حسن [7] في اشتقاق هذا النموذج على النموذج المقترح من قبل الباحث (Liu وجماعته [12]) عام (1972) بالتعويض عن قيمة الانفعال الأعظم والإجهاد الأعظم بأقصى إجهاد وانفعال للخرسانة المعرضة إلى دورات من التسخين والتبريد، وقد تم الاعتماد على هذا النموذج في الدراسة الحالية. والمعادلات التي تمثل الصيغة الرياضية لهذا النموذج هي:

3.3 الانفعال عند أقصى إجهاد انضغاط ثنائي المحور

Strain at Ultimate Biaxial Compression Stress

لتمثيل الانفعال عند الإجهاد الأعظم في درجات الحرارة العالية أو عند تعرض الخرسانة لدورات من التسخين والتبريد فقد تم اقتراح المعادلة الآتية [12]:

$$\varepsilon_q = -2500 \times 10^{-6} \times \zeta \quad (\text{Major Direction})$$

$$\varepsilon_p = (500 + \zeta_1 \sigma_p) \times 10^{-6} \quad (\text{Minor Direction}) \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$\zeta_1 = 0.0266 (500 + \varepsilon_q \times 10^{-6}) \quad \dots\dots\dots (11)$$

حيث أن:

$$\zeta = \frac{\varepsilon_T}{\varepsilon_{20}} \quad \text{معامل زيادة الانفعال الأقصى بتأثير الحرارة } (\frac{\varepsilon_T}{\varepsilon_{20}}).$$

تم اقتراح المعادلة (10) والمعادلة (11) استناداً إلى نتائج عملية تم إجراؤها على خرسانة بمقاومة انضغاط (31.33 MPa) ولغرض تعميم هذه المعادلات على الخرسانة بمستويات مختلفة لمقاومة الانضغاط أصبحت المعادلة بالصيغة الآتية:

$$\varepsilon_p = \left[500 + \zeta_1 \times \sigma_p \times \frac{-31.33}{\sigma_o} \right] \times 10^{-6} \quad (\text{Minor Direction}) \quad \text{-----} (12)$$

حيث أن: σ_o : قيمة مقاومة الانضغاط القصوى للخرسانة.

4- العلاقات المتحكممة بمصفوفات الخرسانة عند التحميل ذي المحور الثاني

Matrix Constitutive Relationship of Concrete in Biaxial Loading

حسب قانون هوك للمواد المتجانسة الموحدة الخواص يمكن كتابة المعادلات المتحكممة (13,14) بالصيغة الآتية [14]:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda' E'_{1b} / E'_{2b} & \lambda' \nu_1 & 0 \\ \lambda' \nu_1 & \lambda' & 0 \\ 0 & 0 & \frac{E'_{1b} E'_{2b}}{E'_{1b} + E'_{2b} + 2 E'_{2b} \nu_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$\begin{bmatrix} \tau_{13} \\ \tau_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E'_{1b} E'_c / E'_{1b} + E'_c + 2 E'_c \nu_1 & 0 \\ 0 & E'_{2b} E'_c / E'_{2b} + E'_c + 2 E'_c \nu_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_{13} \\ \gamma_{23} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (14)$$

حيث أن القيم التالية في حالة الانضغاط ذي المحور الثنائي تكون:-

$$E'_{1b} = \frac{E \left(1 - \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_p} \right)^2 \right)}{\left[1 + \left[\frac{E}{E_s (1 - \nu \alpha)} - 2 \right] \left[\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_p} \right] + \left[\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_p} \right]^2 \right]^2} \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$E'_{2b} = \frac{E \left(1 - \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_p} \right)^2 \right)}{\left[1 + \left[\frac{E}{E_s (1 - \nu \alpha)} - 2 \right] \left[\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_p} \right] + \left[\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_p} \right]^2 \right]^2} \dots\dots\dots \{16\}$$

وفي حالة الشد ذي المحور الثنائي وحالة الشد – الانضغاط تكون:-

$$E'_{1b} = E'_{2b} = E \quad \text{Uniaxial Modulus of Elasticity} \dots\dots\dots (17)$$

$$\lambda' = E'_{1b} / (E'_{1b} / E'_{2b} - \nu^2)$$

5- علاقة (الإجهاد-الانفعال) للخرسانة المتشققة:-

Concrete Stress – Strain Relations for Cracked

تكون علاقة (الإجهاد – الانفعال) للخرسانة المعرضة إلى إجهاد الشد علاقة خطية إلى حين وصول الإجهاد إلى قيمة مقاومة الشد للخرسانة (σ_t) حيث تبدأ التشققات بالظهور في مستوى عمودي على اتجاه الشد (Maximum Principle Tensile Stress) وتؤدي هذه التشققات إلى نقص في جساءة الخرسانة حيث تنخفض قيمة كل من معامل المرونة ونسبة بوسون إلى قيمة قريبة من الصفر في الاتجاه العمودي على اتجاه الشق. كذلك يحصل انخفاض في قيمة معايير القص وعندها يمكن كتابة علاقة (الإجهاد – الانفعال) بالشكل الآتي:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \\ \tau_{13} \\ \tau_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_1 E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G'_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G'_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G'_{23} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{23} \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (18)$$

حيث أن:

$C_1 = 1.0$: في حالة حصول الشق في اتجاه واحد.

$C_1 = 0$: في حالة حصول الشق في الاتجاهين.

G'_{ij} : تمثل قيمة معايير القص المخفضة.

Slab Thermal Analysis

6- التحليل الحراري للصفائح

أن تحليل الصفائح الخرسانية المعرضة إلى التسخين يتطلب معرفة توزيع الحرارة ضمن سمك الصفيحة. في الدراسة الحالية تم استخدام المعادلة التفاضلية ذات البعد الواحد الخاصة بانتشار الحرارة لايجاد توزيع الحرارة وانتقالها ضمن سمك الصفيحة الخرسانية ويمكن كتابة هذه المعادلة على النحو الآتي [3]:

$$K \frac{\partial^2 T}{\partial X^2} = C_p \rho \frac{\partial T}{\partial \theta} \dots\dots\dots (19)$$

حيث أن:

K: معامل التوصيل الحراري (W/ m. °C). C_p : الحرارة النوعية (J/ kg. °C).

θ : الزمن (hr). ρ : الكثافة (kg/ m^3).

ويمكن التعبير عن انتقال الحرارة من المستوي (n-1) إلى (n+1) بطريقة الفروقات المحددة وعلى النحو الآتي:

$$T_n^{t+1} = \left[1 - 2 \frac{\Delta \theta K}{C_p \rho \Delta X^2} \right] T_n^t + \frac{\Delta \theta K}{C_p \rho \Delta X^2} (T_{n-1}^t + T_{n+1}^t) \quad \dots\dots\dots (20)$$

7- طريقة التحليل Method of Analysis

تكون محصلة العزوم للصفائح الخرسانية ذات الخواص المتجهة بالصيغة الآتية:

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (21)$$

$$\begin{aligned} D_{11} &= D_x, & D_{12} &= \nu D_{11} \\ D_{22} &= D_y, & D_{33} &= \frac{1-\nu}{2} D_{xy} \\ D_{13} &= D_{23} = 0 \end{aligned} \quad \text{حيث أن:}$$

(Curvature) تمثل قيم التحدب ويمكن التعبير عنها بالصيغة الآتية:

$$K_x = \frac{\partial Q_x}{\partial x} = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{K}{Gh} \frac{\partial Q_x}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (22)$$

$$K_y = \frac{\partial Q_y}{\partial y} = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \frac{K}{Gh} \frac{\partial Q_y}{\partial y} \quad \dots\dots\dots (23)$$

$$K_x = \frac{\partial Q_x}{\partial y} = \frac{\partial Q_y}{\partial x} - 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} - \frac{K}{Gh} \left[\frac{\partial Q_x}{\partial y} + \frac{\partial Q_y}{\partial x} \right] \quad \dots\dots\dots (24)$$

أما العلاقة بين قوى القص وانفعالات القص في حالة الصفيحة اتجاهية الخواص فتكون بالشكل الآتي:

$$\begin{bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Gh_{11} & Gh_{12} \\ Gh_{21} & Gh_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (25)$$

1-7 طريقة الفروقات المحددة Finite Difference Method

ويتم الحل بتطبيق معادلات التوازن للصفحة في كافة النقاط. في الدراسة الحالية تم حل معادلة التوازن الآتية بإستعمال طريقة الفروقات المحددة:

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} = -q \quad \dots\dots\dots (26)$$

لحل المعادلات الانية المتشكلة عند استخدام طريقة الفروقات المحددة لتحليل الصفائح. تم اعتماد تقنية الاسترخاء الحركي [16,15] وتفترض هذه التقنية أن الصفيحة تهتز بشكل حر في مائع لزج الى أن تصل الى حالة الاستقرار تحت تأثير القوى الخارجية المؤثرة وهذا يتطلب تعديل معادلة التوازن باضافة حدود جديدة تشمل التعجيل والسرعة ومعامل الاخماد لتصبح المعادلة (26) بالشكل الآتي:

$$-\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + D_f \frac{\partial w}{\partial t} + m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = q \quad \dots\dots\dots (27)$$

حيث أن:

D_f : معامل الإخماد الحرج. m : معامل الكتلة. $\frac{\partial w}{\partial t}$: السرعة. $\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}$: التعجيل.

ولغرض تحويل المعادلة السابقة الى معادلة لا بعدية تم تمثيل كل عنصر من عناصرها بالصيغة اللابعدية وعلى النحو الآتي:

$$\begin{aligned} X &= L\bar{X} & q &= q_0\bar{q} & t &= t_0\bar{t} & M_x &= q_0 l^2 \bar{M}_x \\ M_y &= q_0 l^2 \bar{M}_y & M_{xy} &= q_0 l^2 \bar{M}_{xy} & w &= \frac{q_0 l^4}{D_0} \bar{w} & D_f &= \frac{t_0 D_0}{l^4} \bar{D}_f \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(28)$$

$$m = \frac{t_0^2 D_0}{l^4} \bar{m} \quad D = \bar{D} D_0$$

حيث أن:
L: طول الصفيحة، والرمز (-) لغرض التعبير عن القيمة اللابعدية.

والان يمكن كتابة المعادلة (26) بالصيغة اللابعدية على النحو الآتي:

$$\frac{\partial^2 \bar{M}_x}{\partial \bar{x}^2} - 2 \frac{\partial^2 \bar{M}_{xy}}{\partial \bar{x} \partial \bar{y}} - \frac{\partial^2 \bar{M}_y}{\partial \bar{y}^2} + \bar{D}_f \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{t}} + \bar{m} \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{t}^2} = \bar{q} \quad \dots\dots\dots (29)$$

ويمكن التعبير عن السرعة عند كل زيادة زمن بالصيغة الآتية:

$$\bar{w}_{(i)j}^o = \frac{1}{1 + 0.5 \bar{D}_v} \left[(1 - 0.5 \bar{D}_v) \bar{w}_{(i)j}^o + \frac{\Delta \bar{t}}{\bar{m}} \left[\left[\frac{\partial^2 \bar{M}_x}{\partial \bar{x}^2} \right]_i + 2 \left[\frac{\partial^2 \bar{M}_{xy}}{\partial \bar{x} \partial \bar{y}} \right]_i + \left[\frac{\partial^2 \bar{M}_y}{\partial \bar{y}^2} \right]_i + \bar{q}_i \right] \right] \quad \dots\dots\dots(30)$$

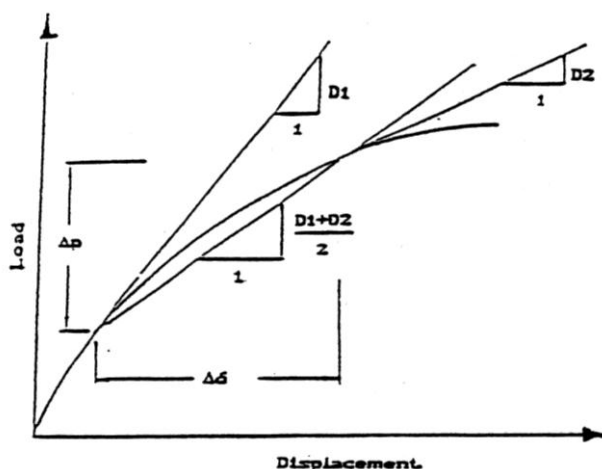
كما يمكن التعبير عن قيم الاود في الحالة المستقرة بالصيغة الآتية:

$$\sum_{K=1}^{K=j+0.5} \bar{w}_{(i)K} = \sum_{K=1}^{K=j-0.5} \bar{w}_{(i)K} + \bar{w}_{(i)j}^o \Delta \bar{t} \quad \dots\dots\dots (31)$$

حيث أن:

D_v : معامل الإخماد اللزج: j: رقم النقطة.

J : الزيادة في الوقت. w^o : السرعة.



الشكل (13): الطريقة المعدلة للزيادات المحددة

7.2 Modified Increment Method

في الدراسة الحالية تم الاعتماد على الطريقة المعدلة للزيادات المحددة لوصف السلوك غير الخطي للصفائح الخرسانية. ويتم في هذه الطريقة حساب جساءة المماس عند بداية تسليط زيادة الحمل (D_1) وعند نهاية تسليط زيادة الحمل (D_2) ثم اخذ معدل الجساءتين كما موضح في الشكل (13).

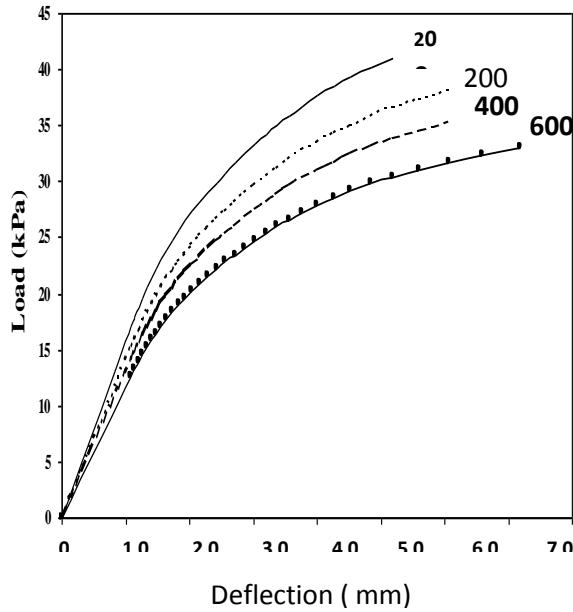
8- النتائج والمناقشة

Results and Discussion

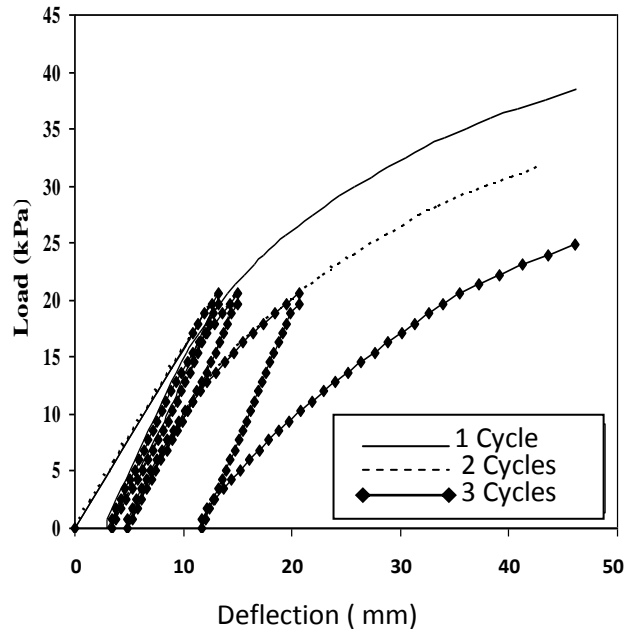
تأثير التسخين الدوري والأحمال الدورية

يوضح الشكل (14) علاقة الحمل-الأود للصفحة الخرسانية (S1) تحت تأثير الحمل التزايدى (Monotonic Load) في درجة

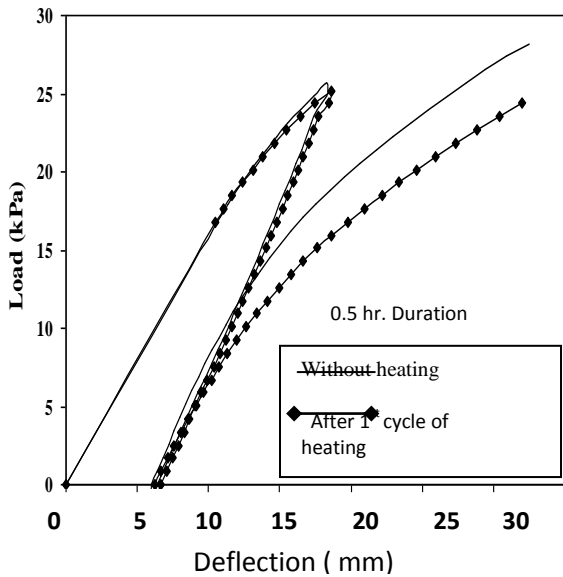
الحرارة الاعتيادية وبعد التعرض لدورة واحدة من التسخين والتبريد لمستويات حرارية مختلفة، ويلاحظ من الشكل إن أداء الصفحة يتأثر بشكل سلبي مع ارتفاع درجة الحرارة وذلك بسبب زيادة فقدان الحاصل في خواص الخرسانة بتأثير الحرارة. ويوضح الشكل (15) تأثير عدد دورات التحميل على سلوكية الصفحة (S1) في درجة الحرارة الاعتيادية ويلاحظ بان جساءة الصفحة تقل ويحصل انخفاض في تحملها ويعزى السبب إلى نمو التشققات في كتلة الخرسانة.



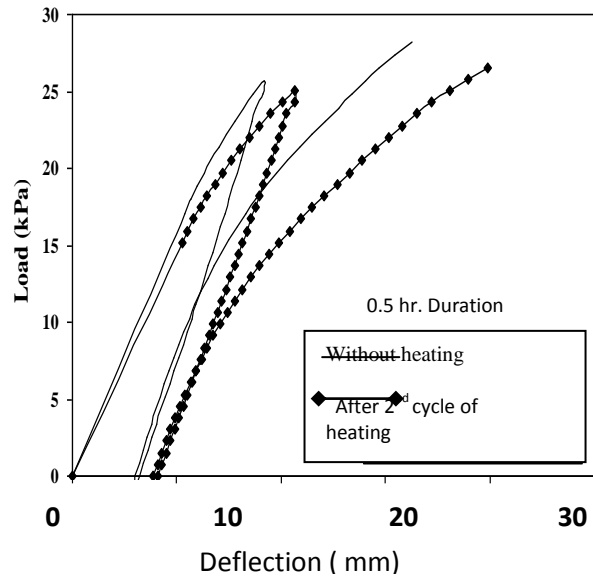
الشكل (14) علاقة الأود-الحمل للصفحة الخرسانية S1 في درجة الحرارة الاعتيادية وبعد دورة واحدة من التسخين والتبريد لمستويات حرارية مختلفة



الشكل (15) تأثير دورات التحميل على سلوك الصفحة الخرسانية S1 في درجة الحرارة الاعتيادية



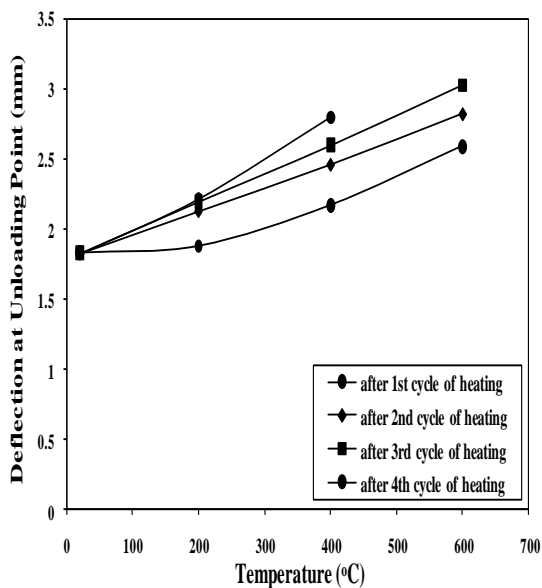
الشكل (16.a): علاقة (الأود - الحمل) للصفحة S1 عند تعرضها لدورة واحدة من التسخين والتبريد لدرجة



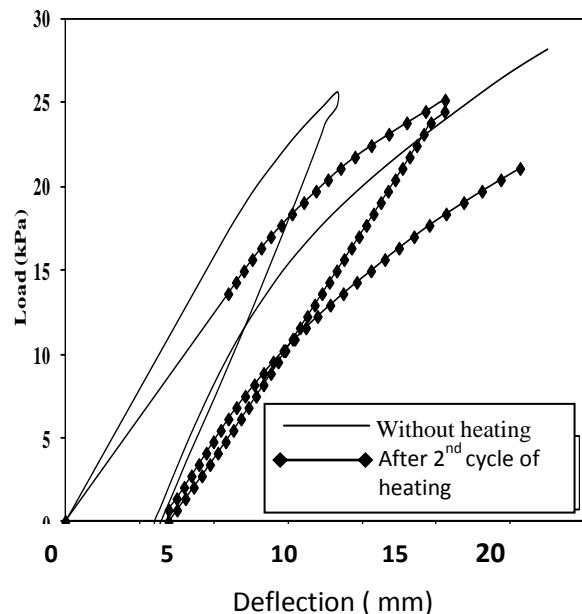
الشكل (16.b): علاقة (الأود - الحمل) للصفحة S1 عند تعرضها لدورتين من التسخين والتبريد لدرجة حرارة 200 °C

كما أوضحت نتائج الدراسة إن تأثير دورات التسخين والتبريد لدرجة حرارة (200°C) على تصرف الصفيحة (S1) يكون ملموساً في الدورتين الأولى والثانية كما موضح في الشكلين (a, b) (16) ثم يتحدد هذا التأثير في الدورات اللاحقة، وهذا يتوافق مع نتائج الدراسات السابقة [7]. ويلاحظ من الشكل إن قيمة الأود المقابل لنقطة رفع الحمل تزداد لتصبح (1.05, 1.17) مرة من قيمتها الأولية قبل التسخين بعد دورتي التسخين الأولى والثانية على التوالي.

في حين يوضح الشكل (17) سلوك الصفيحة (S1) من خلال علاقة الحمل-الأود بعد تعرض الصفيحة إلى أربع دورات من التسخين والتبريد لدرجة حرارة (400°C) ولفترة تعرض (0.5hr) ويلاحظ من الشكل إن قيمة الأود المقابل لنقطة رفع الحمل تزداد مع زيادة عدد دورات التسخين والتبريد وهذه الزيادة أكبر من الزيادة الحاصلة لدورات من التسخين والتبريد بدرجة حرارة (200°C). حيث تصبح (1.33, 1.2) مرة من قيمتها الأولية قبل التسخين بعد الدورة الأولى والثانية من التسخين على التوالي. أما قيمة الحمل الأعظم فإنها تصبح % (75, 80.7, 83, 93) من قيمتها الأولية بعد دورات التسخين الأولى والثانية والثالثة والرابعة على التوالي.



الشكل (18): تغير قيمة الأود في نقطة رفع الحمل مع زيادة درجة الحرارة وعدد دورات التسخين والتبريد بعد الدورة الأولى من التحميل

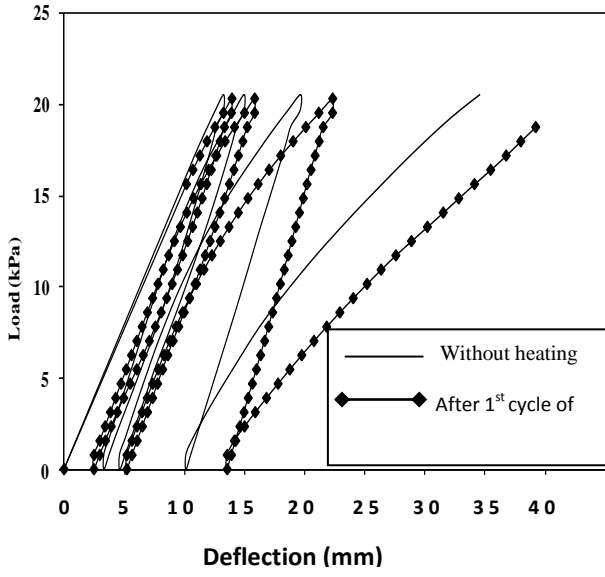


الشكل (17): علاقة (الأود - الحمل) للصفيحة الخرسانية S1 عند التعرض لأربع دورات متعددة من التسخين والتبريد بدرجة حرارة 400°C

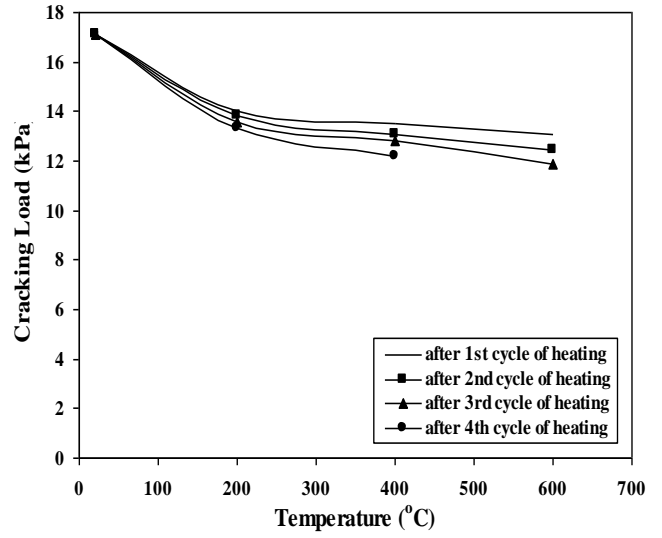
ويمكن رسم علاقة بين قيمة الأود في نقطة رفع الحمل ودرجة الحرارة وعدد دورات التسخين والتبريد وكما في الشكل (18).

تنخفض قيمة الحمل المسبب لتشقق الصفيحة (S1) مع ارتفاع درجة الحرارة وزيادة عدد دورات التسخين والتبريد لتصبح بعد الدورة الأولى من التسخين والتبريد % (77, 82.3, 79). وبعد الدورة الثالثة من التسخين والتبريد تنخفض إلى % (75, 80.7) من قيمتها الابتدائية قبل التسخين لدرجة حرارة (200, 400, 600)°C على التوالي.

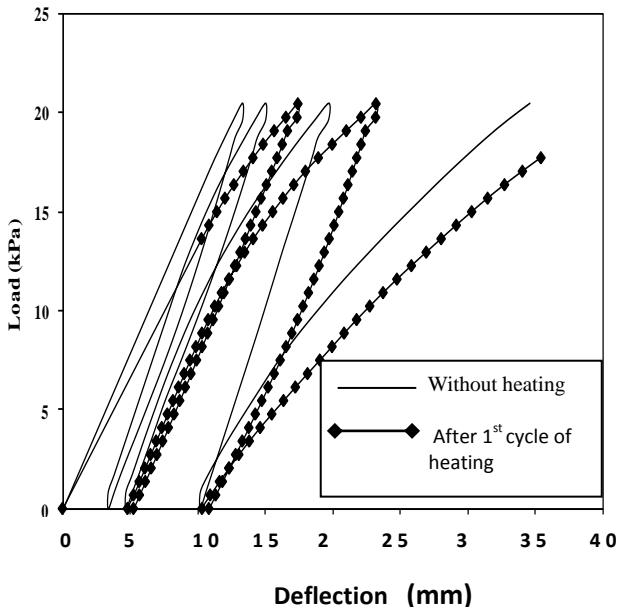
ويوضح الشكل (19) الانخفاض الحاصل في الحمل المسبب للتشقق مع ارتفاع درجة الحرارة وعدد دورات التسخين والتبريد. كما توضح الأشكال (20), (21), (22) سلوك الصفيحة الخرسانية المسلحة (S1) عند تعرضها لدورات متعددة من رفع الحمل وإعادتها، ودورة واحدة من التسخين والتبريد لثلاثة مستويات حرارية (200, 400, 600)°C.



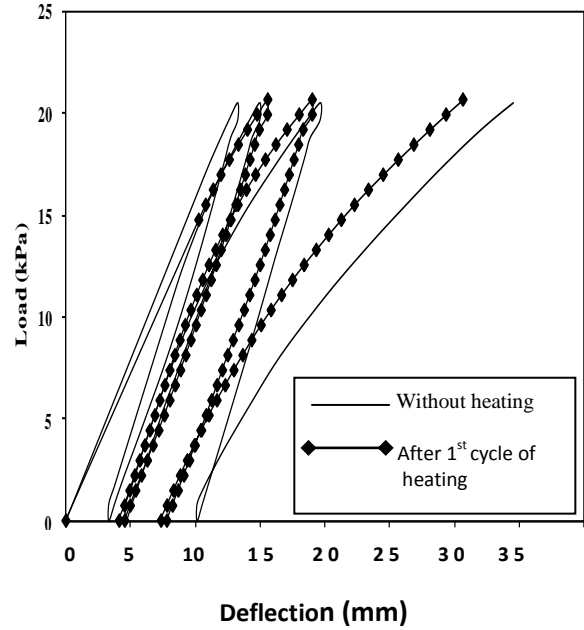
الشكل (20) علاقة الحمل-الأود للصفحة الخرسانية S1 بعد التعرض لدورة واحدة من التسخين والتبريد بدرجة حرارة 200°C



الشكل (19) : تغير قيمة حمل التشقق لصفحة S1 مع زيادة درجة الحرارة وعدد دورات التبريد والتسخين



الشكل (22) علاقة (الحمل - الأود) للصفحة الخرسانية S1 بعد التعرض لدورة واحدة من التسخين والتبريد بدرجة حرارة (600 °C)



الشكل (21) علاقة (الأود - الحمل) للصفحة الخرسانية S1 بعد التعرض لدورة واحدة من التسخين والتبريد بدرجة حرارة 400 °C

الجدول (2): خصائص الصفائح الخرسانية

B.C.	SS	Conc. Cover (mm)	30
L (m)	5.0	Ec (MPa)	26446
R	2	f'c (MPa)	31
T (mm)	140	Ft(MPa)	3.5
As×(mm ² /m)	250	Fy (MPa)	415
Asy(mm ² /m)	375	Fu (MPa)	455
d×(mm)	110	Layers No.	10
dy(mm)	105		

9: الاستنتاجات Conclusions

- في ضوء النتائج الموضحة في الفصل السابق يمكن الخروج بالاستنتاجات الآتية:
1. تنخفض جساءة الصفيحة الخرسانية بزيادة درجة الحرارة وعدد دورات التسخين والتبريد.
 2. تنخفض جساءة الصفيحة الخرسانية بزيادة عدد دورات التحميل.
 3. يتحسن أداء الصفيحة الخرسانية بزيادة سمك الصفيحة وذلك لانخفاض انتشار الحرارة ضمن سمك الصفيحة.
 4. يقل الحمل المتسبب للتشقق مع زيادة درجة الحرارة وعدد دورات التسخين والتبريد ويرجع سبب ذلك إلى الفقدان الحاصل في قيمة مقاومة الشد للخرسانة حيث أصبح الحمل المتسبب للتشقق (77, 82.3, 79%) بعد الدورة الأولى من التسخين و (71, 75, 80%) (لدرجة حرارة °C (200, 400, 600) على التوالي
 5. عند تعرض الصفيحة الخرسانية لدورات من التسخين والتبريد لدرجة حرارة °C 200 فإن سلوكها يتأثر بشكل ملموس في الدورتين الأولى والثانية ثم يتحدد هذا التأثير في الدورات اللاحقة.
 6. تزداد قيمة الأود المقابل لحمل ثابت بزيادة درجة الحرارة وعدد دورات التسخين والتبريد. حيث تصبح قيمتها (1.56, 1.44) نسبة إلى قيمتها الأولية بعد دورتي التسخين الأولى والثانية على التوالي.

10.المصادر

1. Tolentino, E., Lameris, F.S., Gomes, A., Silva, C.A. and Vasconcelos, W.L., "Effect of High Temperature on the Residual Performance of Portland Cement Concrete", Magazine of Materials Research, Vol. 5, No. 3, July 2002, pp. 301 – 307.
2. Phan, L.T. and Carino, N.J., "Effect of Test Condition and Mixture Proportion on Behavior of High – Strength Concrete Exposed to High Temperature", *ACI Materials Journal*, Vol. 99, No. 1, January – February 2002, pp. 54 – 66.
3. Cheng, F.P., Kodur, V.K.R. and Wang, T.C., "Stress – Strain Curves for High Strength Concrete at Elevated Temperatures", *Journal of Material in Civil Engineering*, Vol. 16, No. 1, January – February 2004, pp. 84 – 94.
4. AL – Tayyib, A.J., M.H. Blauch, AL – Farabi M. Sharif and M.M. Mahamud, "The Effect of Thermal Cycling on the Durability of Concrete Model from Local Materials in the Arabian Gulf Countries", *Cement and Concrete Research*, Vol. 19, No. 1, 1989, pp. 131 – 142.
5. Otter, D.E. and Namman, A.E., "Properties of Steel Fiber Reinforced Concrete Under Cyclic Loading", *ACI Material Journal*, Vol. 85, No. 4, July – August 1988, pp. 254 – 261.
6. Otter, D.E. and Naaman, A.E., "Model for Response of Concrete to Random Compressive Loads", *Journal of the Structural Division, ASCE*, Vol. 115, No. 11, November 1989, pp. 2794 – 2809.

7. حسن محمد احمد، "تأثير التسخين المتناوب على الصفائح الخرسانية المسلحة السميكة"، رسالة ماجستير، جامعة الموصل 2002.
8. Bahn, B.Y. and Hsu, Cheng – Tzu, T., "Stress – Strain Behavior of Concrete Under Cyclic Loading", *ACI Material Journal*, Vol. 95, No. 2, March – April, 1998, pp. 178 – 193.
9. Yankelevsky, D.Z. and Reinhardt, H.W., "Uniaxial Behavior of Concrete in Cyclic tension", *Journal of the Structural Division, ASCE*, Vol. 115, No. 1, January 1989, pp. 166 – 182.
10. Chan, E.C., "Nonlinear Geometric, Material and Time Dependent Analysis of Reinforced Concrete Shells with Edge Beam", Ph. D. Dissertation, Division of Structural Engineering and Structural Mechanics University of California, Berkley, Report No. UC – SESM 82 – 8, December 1982, 361 pp.
11. ACI Committee (318 – 95), "Building Code Requirements for Reinforced Concrete", *American Concrete Institute*, Detroit, 1983.
12. Liu, T.C.Y., Nilson, G.W. and Slate, F.O., "Biaxial Stress – Strain Relation for Concrete", *Journal of the Structural Division, ASCE*, Vol. 98, No. ST5, May 1972, pp. 1025 – 1034.
13. Said, A.H., "Non Linear Analysis of Reinforced Concrete Thick Plates at Elevated Temperature", M. Sc. Thesis, University of Mosul, 1999.
14. Timoshenko, S. and Woinowsky – Krieger, S., "Theory of Plates and Shells", Second Edition, McGraw – Hill, New York, 195
15. NG, S.F. and Bencharif, N., "A Finite Difference Computer Program for the Modeling of Thick Rectangular Plates", *Computer and Structures*, Vol. 33, No. 4, 1989, pp. 1011 – 1016.
16. Rushton, N.R., "Dynamic – Relaxation Solution of Elastic – Plate Problems", *Journal of Strain Analysis*, Vol. 3, No. 1, 1968, pp. 23 – 32.
17. حكمت علي الياس الجرجري ، " التحليل غير الخطي للصفائح الخرسانية المسلحة السميكة تحت تأثير الأحمال الدورية والتسخين الدوري"، رسالة ماجستير، جامعة الموصل 2006.